

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE, PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. Corrado Gini, *Direttore dell'Istituto di Statistica della R. Università di Roma.*

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION
EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTION-KOMITÉE

Prof. A. Andréadès, *prof. de Science des finances à l'Université d'Athènes* (Grèce),
Prof. F. Bernstein, *Direktor des Instituts für mathematische Statistik der Universität
Göttingen* (Deutschland).

Prof. A. E. Bunge, *director gen. de Estadística de la Nación, Buenos Aires* (Argentina).

Prof. F. P. Cantelli, *professore di Matematica Attuariale nel R. Istituto Superiore
di Scienze Economiche e Commerciali di Roma* (Italia).

Prof. C. V. L. Charlier, *professor der Astronomie an der Universität Lund* (Schweden).

Prof. A. Flores de Lemus, *jefe de Estadística del Min. de Hacienda, Madrid* (España).

Prof. M. Greenwood, *professor of Epidemiology and Vital Statistics in the University
of London* (England).

Dott. G. Jahn, *directeur du Bureau Central de Statistique de Norvège, Oslo* (Norvège).

Prof. A. Julin, *secrétaire général honoraire du Ministère de l'Industrie et du Travail
et de la Prévoyance sociale, Bruxelles* (Belgique).

Prof. H. W. Methorst, *directeur de l'Office permanent de l'Institut International de
Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye* (Pays-Bas).

Prof. W. F. Ogburn, *professor of Sociology in the University of Chicago* (U. S. A.).

Prof. R. Pearl, *director of the department of Biology of the School of Hygiene and
Public Health, Baltimore* (U. S. A.).

Prof. H. Westergaard, *professor in the University of Copenhagen* (Denmark).

AMMINISTRATORE — ADMINISTRATEUR — MANAGER — VERWALTER

Dott. Silvio Orlandi, *Istituto di Statistica della R. Università di Roma.*

SEGRETARI DI REDAZIONE — SECRÉTAIRES DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARIES — REDACTIONSSECRETAERE

Prof. Luigi Galvani — Prof. Mario Saibante

Vol. XI - N. 1

30-VI-1933.

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

F. J. Linders. <i>Über die Berechnung des Schwerpunkts und der Trägheitselipse einer Bevölkerung</i>	Pag. 3
F. L. Griffin. <i>The Center of Population for Various Continuous Distributions of Population over Areas of Various Shapes</i>	» 11
L. Galvani. <i>Sulla determinazione del centro di gravità e del centro mediano di una popolazione, con applicazioni alla popolazione italiana censita il 1º dicembre 1921</i>	» 17

(segue)

ROMA

AMMINISTRAZIONE DEL « METRON »
R. UNIVERSITÀ — ISTITUTO DI STATISTICA

Douglas E. Sicates. <i>Locating the median of the population in the United States</i>	Pag. 49
C. Gini (in collaborazione con A. FERRARELLI). <i>Altri risultati delle indagini sulle famiglie numerose</i>	» 67
C. Gini. <i>Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali</i>	» 111
C. Gini. <i>Un nuovo fattore di selezione matrimoniale? L'ordine di generazione</i>	» 117
Tilla Vulthopp. <i>Le développement de la population belge depuis 1830.</i>	» 133
F. Bernstein. <i>Die natürliche Lebensdauer des Menschen und ihre statistische und individuelle Beurteilung.</i>	» 145
C. Gini (in collaborazione con L. DE BERARDINIS e L. GALVANI). <i>Sulla selettività delle cause di morte durante l'infanzia</i>	» 163

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.

(Secondo l'ordine d'arrivo).

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.

(D'après la date de réception).

ARTIKEL, DIE AN DIE ZEITSCHRIFT ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHENEN WERDEN.

(Nach der Reihenfolge des Eingangs)

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.

(According to date of receipt)

Curtis Bruen. *Five Variable Straight Line Diagram.*

C. Gini, M. Boldrini, L. Galvani, A. Venere. *Sui centri della popolazione e sulle loro applicazioni.*

T. Salvemini. *Sulla interpolazione grafica di istogrammi.*

V. Castellano. *Sullo scarto quadratico medio della probabilità di transvariazione.*

H. von Schelling. *Die Konzentration einer Verteilung und ihre Abhängigkeit von den Grenzen des Variationsbereiches.*

G. Lucatello. *La popolazione studentesca dell'Università di Grenoble.*

E. Merzrath. *Anpassung von Flächen an zweidimensionale Kollektivgegenstände und ihre Auswertung für die Korrelationstheorie.*

C. E. Dieulefait. *Sur les développements des fonctions des fréquences en séries de fonctions orthogonales.*

N. Smirnoff. *Ueber die Verteilung des allgemeinen Gliedes in der Variationsreihe.*

P. R. Rider. *The third and fourth Moments of the generalized Lexis Theory.*

J. O. Irwin. *Tests of Significance for differences between percentages based on small numbers.*

Gli Autori degli articoli inviati per la pubblicazione nella Rivista, rinunciano in favore della medesima alla proprietà letteraria degli articoli stessi, qualora vengano pubblicati.

Les Auteurs des articles envoyés à la Revue, pour y être publiés, renoncent, en faveur de celle-ci, à la propriété littéraire de leurs articles, s'ils sont acceptés.

The Authors of papers sent for publication in the Review are supposed to give up their copyright in favour of the Review if the papers are published.

Die Verfasser der zur Veröffentlichung in der Zeitschrift zugesandten Aufsätze, werden, falls selbige veröffentlicht werden, auf ihre Verfasserrrechte zu Gunsten der Zeitschrift verzichten müssen.

F. J. LINDERS

Über die Berechnung des Schwerpunkts und der Trägheitsellipse einer Bevölkerung

Die Besiedlung innerhalb eines Territoriums, d. h. die Verteilung der Bevölkerung auf der Oberfläche, die sie bewohnt, geht am besten aus Karten hervor, die nach der sogenannten absoluten Methode ausgeführt sind. Hierbei wird die Volksverteilung, wie bekannt, mittels Punkte angegeben, von denen jeder eine gewisse Volksmenge vertritt, z. B. 100 Personen. Zusammenfassende ziffermässige Masse für die hierdurch dargestellte territoriale Volksverteilung sind durch Zahlen gegeben, die Kombinationen von den Koordinaten jener Punkte sind. Die einfachsten von diesen Zahlen sind die Koordinaten des Schwerpunkts der Bevölkerung; diesen Punkt pflegt man auch bei den Volkszählungen in mehreren Ländern zu bestimmen.

Merkwürdigerweise kommt bisweilen auch in offiziellen Berichten eine fehlerhafte Auffassung der Eigenschaften des Schwerpunkts der Bevölkerung zum Vorschein, weshalb eine Darstellung in aller Kürze über die gewiss wohl bekannte, aber innerhalb der Bevölkerungsstatistik, wie ersichtlich, recht oft missverstandene Theorie der Bestimmung des Schwerpunkts möglicherweise nicht alles Interesses erlangt wird. Im Zusammenhang hiermit soll ein Vorschlag betreffs der Ausdehnung der Berechnungen des Schwerpunkts bei den Volkszählungen vorgelegt werden.

Bei derartigen Berechnungen hat man angenommen, dass die betreffende Oberfläche des Territoriums eine Ebene ist; weiterhin wird jedes Individuum innerhalb der Bevölkerung als ein Massenpunkt mit der Masse = 1 angesehen.

Wir betrachten folglich eine Ebene, auf welcher N gleiche Massenpunkte festgesetzt sind und wählen zur x -Achse einen Parallel-

kreis und zur y -Achse einen Meridian, welche sich innerhalb des Territoriums schneiden. Die Koordinaten der Massenpunkte in diesem System nennen wir x_i und y_i ($i = 1 \dots N$); die Koordinaten eines Punktes, welcher von dem einen oder anderen Gesichtspunkt aus die Positionen der Massenpunkte zusammenfassend charakterisiert, nennen wir X und Y . Mit einer charakteristischen Geraden meinen wir eine Gerade durch (X, Y) . Den Abstand zwischen diesem Punkte und einem beliebigen Massenpunkt (x_i, y_i) nennen wir ϱ_i , also ist:

$$\varrho_i^2 = (X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2.$$

Ein charakteristischer Punkt des angeführten Punktsystems wird derart Art bestimmt, dass irgend eine Funktion $\varphi(\varrho_1 \dots \varrho_N)$ von den Abständen ϱ_i entweder Maximum oder Minimum wird. Sämtliche ϱ_i müssen in dieser Funktion auf eine und dieselbe Art vorkommen, was bedeutet, das dieselbe eine Summe von formal gleichen Funktionen φ_i sein muss, eine für jeden Massenpunkt. Wir setzen also:

$$\varphi(\varrho_1 \dots \varrho_N) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\varrho_i).$$

Die Bedingung für Maximum oder Minimum wird also:

$$\sum \frac{\delta \varphi_i}{\delta \varrho_i} \cdot \frac{X - x_i}{\varrho_i} = 0,$$

$$\sum \frac{\delta \varphi_i}{\delta \varrho_i} \cdot \frac{Y - y_i}{\varrho_i} = 0.$$

Was die Funktionen φ_i anbelangt, ist es weiterhin natürlich, diesen zwei Bedingungen vorzuschreiben, nämlich teils müssen sie kontinuierlich sein, teils müssen sie beständig wachsen oder beständig abnehmen mit zunehmenden ϱ_i . Die einfachsten Funktionen, die diese Bedingungen erfüllen, sind offenbar die Potenzen von ϱ_i . Wir setzen dafür

$$\varphi_i(\varrho_i) = k \cdot \varrho_i^s,$$

wo k eine beliebige Konstante ist und s eine andere, getrennt von 0 . Wir bekommen also:

$$\frac{\delta \varphi_i}{\delta \varrho_i} = k \cdot s \varrho_i^{s-1}.$$

Die Gleichungen, welche das Maximum oder das Minimum bestimmen, erhalten offenbar ihre einfachste Form, wenn $s = 2$. Hierdurch erhält man:

$$\Sigma (X - x_i) = 0,$$

$$\Sigma (Y - y_i) = 0;$$

d. h.

$$X = \frac{1}{N} \cdot \Sigma x_i,$$

$$Y = \frac{1}{N} \cdot \Sigma y_i.$$

X und Y sind folglich die Koordinaten des Schwerpunkts der Massenpunkte oder, von einem anderen Gesichtspunkt aus, des Punktes, im Verhältnis zu welchem

$$\Sigma \varrho_i^2 = \text{Minimum},$$

d. h. das Trägheitsmoment des Punktsystems = Minimum.

In Anbetracht der Berechnung des Schwerpunkts muss ferner ein Umstand betont werden, auf welchen, soweit bekannt, bis jetzt keine Rücksicht genommen wurde. Es ist nämlich selbstverständlich, dass die Annahme, dass die Oberfläche des Territoriums eben sei, eine Approximation enthält, die nicht ohne weiteres für Länder mit grösserer Ausdehnung erlaubt ist, wie dies bei Schweden der Fall ist. Eine genaue Methode ist folgende.

Die Erde wird als sphärisch angenommen, die geographische Länge des Schwerpunkts (für Europa am besten vom Greenwichmeridian positiv gegen Osten gerechnet) wird mit Λ bezeichnet, die geographische Breite mit Φ und die gesamte Volksmenge des Gebietes mit N ; für die Teilgebiete seien entsprechende Bezeichnungen bezugsweise λ_i , φ_i und n_i . Laut bekannter Formeln für die Berechnung des Schwerpunkts gelten folgende Relationen:

$$N \cos \Phi \cos \Lambda = \Sigma n_i \cos \varphi_i \cos \lambda_i,$$

$$N \cos \Phi \sin \Lambda = \Sigma n_i \cos \varphi_i \sin \lambda_i,$$

$$N \sin \Phi = \Sigma n_i \sin \varphi_i.$$

Laut der Volkszählung in Schweden im Jahre 1920 war

$$\Lambda = 15^\circ 16',$$

$$\Phi = 59^\circ 4'.$$

Eine exakte Berechnung gab:

$$\Lambda = 15^\circ 16'.5$$

$$\Phi = 58^\circ 59';$$

also praktisch genommen für die Länge dasselbe Ergebnis, dagegen fiel die Breite 5' oder etwa 9 km. südlicher als bei der Anwendung der gewöhnlichen Metode.

Die Lage des Schwerpunktes der Bevölkerung, der nur einen Durchschnitt der Koordinaten der Massenpunkte repräsentiert, gibt eine Bestimmung des Zentrums, um welches sich die Bevölkerung verteilt, aber selbstverständlich keine Vorstellung von der Streuung der Besiedlung um dieses Zentrum herum. Legen wir eine Gerade durch den Schwerpunkt, so wechselt die Streuung um die Gerade mit deren Richtung. Es ist deutlich von besonderem Interesse, die Richtung derjenigen Geraden zu bestimmen, um welche die Streuung ein Minimum ist, oder mit anderen Worten die Hauptrichtung der Besiedlung.

Wir verschieben jetzt die Origo zum Schwerpunkt und nennen die entsprechenden Koordinaten der Massenpunkte ξ_i und η_i . Die Gleichung einer durch den Schwerpunkt gehenden Geraden, die mit der ξ -Achse den Winkel α bildet, ist bekanntlich

$$\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha = 0.$$

Der Abstand d_i von dieser Geraden zu einem Punkt (ξ_i, η_i) ist

$$d_i = | \xi_i \sin \alpha - \eta_i \cos \alpha | .$$

Das Trägheitsmoment des Punktsystems $T_1(\alpha)$ um die oben genannte Gerade ist

$$T_1(\alpha) = \Sigma (\xi_i \sin \alpha - \eta_i \cos \alpha)^2.$$

Wir setzen nun

$$\Sigma \xi_i \eta_i = N R \sigma_\xi \cdot \sigma_\eta,$$

wo R als « Korrelationskoeffizient » für den Zusammenhang zwischen ξ_i — und η_i —Koordinaten gedeutet werden kann,

$$\sigma_\xi = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum \xi_i^2} = \text{die Streuung um die } \eta\text{—Achse und}$$

$$\sigma_\eta = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum \eta_i^2} = \text{die Streuung um die } \xi\text{—Achse.}$$

Nach einigen leichten Rechnungen bekommen wir:

$$T_1(a) = N \cdot [\sin^2 a \cdot \sigma_\xi^2 - \sin 2a \cdot R \cdot \sigma_\xi \cdot \sigma_\eta + \cos^2 a \cdot \sigma_\eta^2].$$

Minimum und Maximum von $T_1(a)$ wird durch Differenzierung in Bezug auf die arbiträre Winkelvariablen a erhalten und folglich aus der Gleichung.

$$(\sigma_\xi^2 - \sigma_\eta^2) \cdot \sin 2a - 2R \sigma_\xi \cdot \sigma_\eta \cdot \cos 2a = 0,$$

d. h.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2a &= \frac{2R \sigma_\xi \cdot \sigma_\eta}{\sigma_\xi^2 - \sigma_\eta^2} = \\ &= \frac{2 \sum \xi_i \cdot \eta_i}{\sum \xi_i^2 - \sum \eta_i^2} \end{aligned}$$

Diese Gleichung bestimmt 2 auf einander senkrechte Geraden. Von der einen haben die Massenpunkte im quadratischen Durchschnitt den kürzesten Abstand, von der anderen den längsten.

Aus der Theorie des Trägheitsmoments ist bekannt, dass diese zwei Geraden mit den Achsen der sogenannten Trägheitsellipse zusammenfallen. Die « Korrelation » zwischen den Koordinaten im Verhältnis zu den Achsen der Trägheitsellipse ist = 0.

Gehen wir nun zu den Anwendungen der obengenannten Theorie in der Bevölkerungsstatistik über, so müsste die Theorie einigermassen aus folgendem Grund umgestaltet werden, weil nämlich die Berechnung des Schwerpunkts der Bevölkerung eines Landes aus praktischen Gründen stufenweise geschehen muss. In Schweden hat man zuerst den Schwerpunkt der Bevölkerung der Gemeinden bestimmt, danach die Schwerpunkte der Regierungsbezirke und schliesslich aus den letzteren den Schwerpunkt des Reiches. Für Bestimmung dessen spielt jener Umweg keine Rolle, wohl aber für die Berechnung der Streuungen und der Trägheitsmomente.

Nehmen wir an, dass ein Territorium in Teilgebiete mit der Einwohneranzahl f_j geteilt ist und dass die Koordinaten der Schwerpunkte im Verhältnis zum Schwerpunkt des ganzen Territoriums $= \xi_j$ und η_j ($j = 1, \dots, s$) sind. Mit ξ' und η' bezeichnen wir die Koordinaten eines Einwohners im Verhältnis zu dem Schwerpunkt des Teilgebietes, innerhalb dessen er wohnhaft ist, wobei der Parallelkreis und der Meridian durch diesen Punkt als Achsen genommen werden. Wenn ξ und η die Koordinaten im Verhältnis zu dem Schwerpunkt des ganzen Territoriums bezeichnen, ist

$$\xi = \xi_j + \xi',$$

$$\eta = \eta_j + \eta'.$$

Durch Summation über das Teilgebiet bekommen wir

$$\Sigma \xi = \Sigma \xi_j + \Sigma \xi' =$$

$$= f_j \cdot \xi_j,$$

$$\Sigma \eta = f_j \cdot \eta_j.$$

Wir bekommen also:

$$\sum_{j=1}^s f_j (X - \xi_j) = 0,$$

$$\sum_{j=1}^s f_j (Y - \eta_j) = 0,$$

und also denselben Wert wie vorher für die Koordinaten des Schwerpunktes des Territoriums.

Für jedes Teilgebiet gelten die Relationen:

$$\Sigma \xi^2 = f_j \cdot \xi_j^2 + f_j \cdot \sigma_{\xi^2, j},$$

$$\Sigma \eta^2 = f_j \cdot \eta_j^2 + f_j \cdot \sigma_{\eta^2, j},$$

$$\Sigma \xi \cdot \eta = f_j \cdot \xi_j \cdot \eta_j + f_j \cdot r_j \cdot \sigma_{\xi, j} \cdot \sigma_{\eta, j},$$

wo $\sigma_{\xi^2, j}$ und $\sigma_{\eta^2, j}$ die Streuung um den Meridian und beziehungsweise um den Parallelkreis durch den Schwerpunkt des Teilgebietes bezeichnen und r_j den « Korrelationskoeffizienten » für den Zusammenhang zwischen den ξ' — und den η' — Koordinaten bedeutet.

Wird über sämtliche Teilgebiete summiert, so wird das Trägheitsmoment für das ganze Territorium um eine Gerade durch dessen Schwerpunkt herum:

$$\begin{aligned}
 T_2(a) &= \sin^2 a \cdot \sum f_j [\xi_j^2 + \sigma_{\xi',j}^2] - \\
 &- \sin 2a \cdot \sum f_j [\xi_j \eta_j + r_j \cdot \sigma_{\xi',j} \cdot \sigma_{\eta',j}] + \\
 &+ \cos^2 a \cdot \sum f_j [\eta_j^2 + \sigma_{\eta',j}^2] = \\
 T_1(a) + \sin^2 a \cdot \sum \xi'^2 &- \sin 2a \cdot \sum \xi \cdot \eta' + \cos^2 a \cdot \sum \eta'^2,
 \end{aligned}$$

wo die Summenzeichen sämtliche Einwohner umfassen. Jedes einzelne der 3 Glieder erhält folglich ein Inkrement, wodurch der Winkel a etwas modifiziert wird. Da wohl oft ξ' und η' kleine Quantitäten sind im Verhältniss zu ξ und η , werden Streuungen, Trägheitsmomente und die Hauptrichtung der Besiedlung wenigstens annähernd aus den vorher gegebenen Gleichungen bestimmt. Da die Berechnung der Schwerpunkte der Teilgebiete Bestimmungen von ξ' und η' und die hierzu gehörende Anzahl Personenkilometer für jede Agglomeration der Bevölkerung innerhalb des Gebietes erfordert, wird die Rechenarbeit nicht wesentlich, vermehrt, wenn gleichzeitig die Quadrate und die Produkte der Koordinaten berechnet werden. Es ist auch leicht, ein selbstkontrollierendes Rechenschema für derartige Kalküle aufzustellen.

Die statistischen Ziffern für die Bestimmung des Schwerpunkts der Bevölkerung in Schweden in den Jahren 1910 und 1920 wurden nur für Regierungsbezirke veröffentlicht, weshalb bei den nachfolgenden Berechnungen der Streuungen u. s. w. für das ganze Reich keine Rücksicht auf die Streuung innerhalb eines jeden Bezirkes genommen werden kann. Folgendes Ergebnis ist also zwar approximativ, dürfte aber nicht viel von der Wirklichkeit abweichen.

	Jahr 1910	Jahr 1920
Die Streuung längs des Parallelkreises (um den Meridian herum) durch den Schwerpunkt.....	127,1 km.	128,1 km.
Die Streuung längs des Meridianes (um den Parallelkreis herum) durch den Schwerpunkt	270,3 km.	272,8 km.

Die Streuung ist ein Minimum um eine Gerade, welche vom Meridian um den rechts angegebenen Winkel gegen Osten abweicht	19° 3'	19° 11'
Die Streuung um oben genannte Linie (Minimum)	91,9 km	91,6 km
Die Streuung dagegen um eine Gerade die senkrecht in Verhältniss zur letztgenannten ist (Maximum).....	284,2 km	287,1 km

Die Besiedlung ist demnach in überwiegendem Grad um eine durch den Schwerpunkt gehende Gerade konzentriert, die ungefähr 19° von der Nordrichtung gegen Osten abweicht. Die Richtung der Geraden und die Form der Trägheitsellipse werden selbstverständlich vor allen Dingen durch Schwedens bedeutende Ausdehnung im Norden und Süden und durch die Lage der grössten Agglomerationen der Bevölkerung bestimmt. Ein Vergleich zwischen den Jahren 1910 und 1920 zeigt, dass die Streuung um die fragliche Gerade in der Zwischenzeit etwas abnahm und die Gerade selbst sich etwas gegen Osten gedreht hat. Der Schwerpunkt wiederum hat sich 5,2 km nach NNO verzogen. Wenn also im grossen und ganzen für das Reich keine grösseren Veränderungen der Lage des Schwerpunkts und der Trägheitsellipse und der Grösse und Form der letzteren eingetroffen sind, so gilt dies wahrscheinlich nicht für die Landesteile, die durch einen grösseren Umzug der Bevölkerung gekennzeichnet sind. Unter allen Umständen dürfte die Veränderung der Hauptrichtung der Besiedlung ein empfindlicherer Indikator sein und ein anschaulicheres Mass geben als die Veränderung in der Lage des Schwerpunkts.

Sowohl aus demographischen, als auch aus geographischen Ursachen dürfte es begründet sein, dass nicht nur der Mittelpunkt der Besiedlung, sondern auch deren Hauptrichtung und die Streuung um dieselbe bei den Volkszählungen bestimmt werden, sowohl für ein Land in dessen Gesamtheit, als auch für die kleineren Teilgebiete.

F. L. GRIFFIN

The Center of Population for Various Continuous Distributions of Population over Areas of Various Shapes

Some years ago, having noticed an inconsistency in the discussion of centers of population by the U. S. Census Bureau, I made a study which is summarized here in part, and which was reported briefly to the American Mathematical Society. Marked interest recently manifested in some papers dealing with centers of population in other aspects (1) has suggested that possibly these results of mine should be reported to this Congress — though I must confess that they seem unlikely to be of much interest to non — mathematicians. My concrete cases are of very special character, though apparently much more general than any other cases yet worked out concretely.

Instead of the definition of Center of Population used by the U. S. Census Bureau (which, admittedly, has a great practical convenience in numerical computation, but is logically unsatisfactory), I adopt the definition of the median point advocated by Professors GINI and GALVANI viz., *the point at which the entire population could assemble with the minimum aggregate travel, each individual travelling directly.*

I regard the population as distributed over the region in question, not necessarily uniformly but in some continuous manner, rather than (as is the case in fact) by discrete units or separate individuals. Thus my results can give only an approximation to reality, just as in Physics, where most calculations ignore molecular structure, and assume a strictly continuous distribution of matter in an object.

(1) See «Jour. Amer. Statistical Assn.», Dec. 1930 pp. 447-52.

GENERAL THEORY.

Given a population P distributed over a plane (1) region R so that the density of population D persons per square unit varies in some continuous manner from point to point. The fragment of population on any element of area ($dx dy$, or $r dr d\theta$, etc.) located at any point (x, y) or (r, θ) , etc., is thus $D dx dy$, or $D r dr d\theta$ and the aggregate distance travelled by all such fragments in reaching any chosen meeting point (x_1, y_1) , or (r_1, θ_1) , etc. is

$$T = \iint \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} D dx dy, \text{ or}$$

$$T = \iint \sqrt{r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1)} D r dr d\theta, \text{ etc.}$$

the integrations being extended over the region R .

To minimize T , its partial derivatives with respect to the two parameters (x_1 , and y_1 , or r_1 , and θ_1), are equated to zero. This gives two equations for the determination of the two parameters, and thus the Center of Population is known. In general each equation involves some definite integrals. In particular cases, when R and D are specified, it may not be possible to effect the integrations exactly, and adequate approximations must be used. In any event it is often preferable to find the partial derivatives at the very outset, by differentiating under the integral sign, rather than after integrating to obtain T .

SPECIAL CASES.

In the particular cases treated in this paper the population is distributed symmetrically with respect to some straight line. A theorem (which is easily proved geometrically with the help of an ellipse) shows that the Center of Population must in such cases be located upon the line of symmetry. Hence its position can be described by means of a single parameter — say y_1 , or h . The aggregate travel T is then a function of h alone; only one derivative need be equated to zero, and only one equation solved.

For populations distributed along a line or curve, instead of covering an area, T is expressed by means of a single definite integral,

(1) I have results also for some curved surfaces, but in too fragmentary condition to be reported finally as yet.

which simplifies the problem greatly, whether one or two parameters are involved.

Further remarks concerning the procedure in individual cases will follow the summary of results obtained in those cases. The details of the mathematical operations had perhaps better be deferred for publication in a mathematical journal. In the following summary of special cases it will be noted that categories I and II are concerned with line-distributions of population, category III with surface-distributions.

Category I.

A population, distributed along a straight or curved road of length a , is to assemble at a distance h along the road from one end O , by travelling along the road. The density of population (D persons per unit length of road) may be a function of the distance s from O to any elementary population fragment in question. The following table gives the value of h for the Center of Population corresponding to various distributions. Also, for comparison, it shows the value which h would have if we employed the definition of the U. S. Census Bureau.

Case	D in terms of s .	Value of h for Center	U. S. C. B.
(A)	k (constant)	$a/2$	$a/2$
(B)	ks	$a/\sqrt{2}$	$2a/3$
(C)	ks^n	$a/\sqrt{2^{n+1}}$	$(n+1)a/(n+2)$
(D)	$k(as - s^2)$	$a/2$	$a/2$
(E)	$k(as^2 - s^3)$	$0.614 a$	$0.6 a$
(F)	$k e^{bs}$	$\frac{1}{b} \log \frac{1 + e^{ba}}{2}$	$\frac{ab - e^{ba} + 1}{b(e^{ba} - 1)}$
(G)	$k \sin(\pi s/2 a)$	$2 a/3$	$2 a/\pi$

Remarks. — The integral giving T is in each case very simple, as is also dT/dh . However, in case (E) it is necessary to solve a quartic equation, by approximation preferably. In case (D) the distribution of population is symmetrical about the midpoint, and the density tapers off to zero at each end. In (F) and (G) the density

is greatest at the farther end (away from O). In case (F) the Center of Population is located at the point where the density is the arithmetic mean of the two terminal densities. Cases (A) and (B) are special cases of (C), with $n = 0, 1$, respectively. In the general case (C) the discrepancy between the two values of h (based on different definitions) is greatest when $n = 1,75$ approx., and is then $0,044 a$, approx.

Category II.

A population, distributed along a curve or broken line, is to assemble at a point not necessarily on the curve, by travelling in straight lines. The density is constant except in case (C).

(A) Along a circle, of any radius a : meet at the center.

(B) Along a semi-circle: meet on the bisecting radius at a point distant $h = 0,789 a$ from the center of the circle (U. S. C. B., $h = 0,637 a$).

(C) As in (B) but with a varying D proportional to the distance from the radius of symmetry: $h = 0,577 a = a \tan 30^\circ$ (U. S. C. B., $h = \frac{1}{2} a$).

(D) Along the two sides of a right angle, each of length a : meet at a point distant $h = 0,187 a$ from each side. (U. S. C. B., $h = \frac{1}{4} a$).

(E) Along the three sides of an isosceles right-triangle, of lengths a, a , and $a\sqrt{2}$: meet at a point distant $h = 0,285 a$ from each short side. (U. S. C. B., $h = \frac{1}{3} a$).

(F) Along three sides of a rectangle, of lengths $a, 2 a$, and a : meet midway between the short sides, at a distance $h = 0,115 a$ from the longest. (U. S. C. B., $h = \frac{1}{4} a$).

(G) Along a parabola, from the vertex to the intersections with the latus rectum, the latter being a units from the vertex: meet on the axis, approximately $0,2 a$ units from the vertex.

Remarks. — The conclusion in (A) follows immediately from double symmetry. In (B) the equation determining h is reducible to a form involving elliptic integrals of the first and second types, and can be solved by trial with the help of tables. In (C) the equation for h involves complicated combinations of radicals but can be simplified to a form requiring only the solution of a cubic equation. Cases (D) . . . (F) present complicated combinations of logarithms and radicals and the equation must each time be solved by successive ap-

proximations. In case (G), both T and dT/dh are given by combinations of elliptic integrals, but somewhat involved and most readily calculated by graphical integration.

Category III.

A population, distributed over a plane area (described below), is to meet at some point in the plane. The density is constant except in cases (B) and (D).

(A) Any rectangle, or any regular polygon: meet at the center.

(B) A rectangle, of altitude a and base $2a$ — with the density proportional to the distance from the base: meet midway between the short sides at a point distant $h = 0,682 a$ from the base. (U. S. C. B., $h = \frac{2}{3}a$).

(C) A circular area: meet at the center.

(D) A semi-circular area, of radius a , with the density inversely proportional to the distance from the center C of the circle: meet on the bisecting radius at a distance of approximately $0,3a$ from C .

(E) A circular sector, of central angle A : meet on the bisecting radius at a point whose distance h from the center C is approximately as follows:

If $A = 120^\circ$, $h = 0,6 a$; if $A = 180^\circ$, $h = 0,45 a$.

If $A = 240^\circ$, $h = 0,25 a$; if $A = 300^\circ$, $h = 0,14 a$.

Remarks. — In cases (A) and (C) the conclusion follows immediately from double symmetry. In (B) by using polar coordinates and taking the origin at the required meeting point, T or dT/dh is readily obtained as a complicated combination of logarithms and radicals; then h is found approximately by trial, etc. In (D) either T or dT/dh involves integrals which can only be found approximately, — *e. g.*, by graphical integration for each of several values of h . The same is true in (E) for each listed value of A and for each of several values of h . Comparison of results gives an approximate determination of the value of h which minimizes T (1).

(1) In dealing with *curved surfaces* various difficulties and peculiarities are encountered which can not arise in a plane. *E. g.*, on the earth (considered as a sphere), to go from two cities A and B in latitude 40° to a city C , in latitude 42° and intermediate longitude, may require more travel than to go from A and B to a city D in latitude 43° and the same longitude as C . This depends upon the course of the great circle through A and B .

LUIGI GALVANI

**Sulla determinazione del centro di gravità e del
centro mediano di una popolazione, con appli-
cazioni alla popolazione italiana censita il
1° dicembre 1921**

**I. — LE PROPRIETÀ CARATTERISTICHE DELLA MEDIA E DELLA ME-
DIANA IN UNA DISTRIBUZIONE DIPENDENTE DA UN SOLO CARAT-
TERE QUANTITATIVO.**

Fra i diversi valori medi di un carattere quantitativo x , il quale assuma i valori $x_1 < x_2 < \dots < x_t < \dots < x_s$ con le rispettive frequenze assolute $F_1, \dots, F_t, \dots, F_s$, $\left(\sum_{i=1}^s F_i = N \right)$, sono di corrente impiego in molte indagini, e specie in quelle statistiche, la *media aritmetica* e la *mediana*. La prima è definita come il valore A di x dato da $\sum_{i=1}^s x_i F_i / N$. La seconda, che indicheremo con M , coincide con *uno qualunque* dei valori compresi tra x_t ed x_{t+1} , inclusi gli estremi, se e quando sia $\sum_{i=1}^t F_i = N/2$; e, non verificandosi tale condizione, coincide con x_t essendo t è il più piccolo valore per cui sia $\sum_{i=1}^t F_i > N/2$.

È ben noto che se i valori $x_1, \dots, x_t, \dots, x_s$ si considerano come ascisse di punti di una retta, con le rispettive masse $F_1, \dots, F_t, \dots, F_s$, A non è altro che l'ascissa del centro di gravità di tale sistema di punti; si sa, inoltre, che la somma degli scostamenti algebrici degli x_i da A è nulla, cioè $\sum_{i=1}^s (x_i - A) F_i = 0$; e che la somma dei quadrati

degli scostamenti degli x_i risulta minima se tali scostamenti siano misurati da A , cioè $\sum_{i=1}^s (x_i - A)^2 F_i = \text{Min.}$

Quanto alla mediana M , essa gode della proprietà di rendere minima la somma degli scostamenti assoluti degli x_i cioè:

$$\sum_{i=1}^s |x_i - M| F_i = \text{Min.}$$

II. — IMPIEGO DELLE MENZIONATE PROPRIETÀ NELLA ESTENSIONE DEI CONCETTI DI MEDIA E DI MEDIANA A DISTRIBUZIONI DIPENDENTI DA DUE CARATTERI QUANTITATIVI.

Abbiamo voluto ricordare queste elementari proprietà caratteristiche della media aritmetica e della mediana di una distribuzione dipendente da un solo carattere quantitativo (distribuzione *lineare*) perchè, quando si passi a distribuzioni dipendenti da più caratteri quantitativi e in particolare da due di tali caratteri (distribuzioni *superficiali*), quelle definizioni e proprietà non possono estendersi nè tutte, nè senza talune modificazioni. Così il concetto di media aritmetica può bensì definirsi sia assumendo la definizione data per le distribuzioni lineari, sia surrogando tale definizione con la seconda delle proprietà caratteristiche della media aritmetica, mentre la prima proprietà perde significato, a meno che gli scostamenti algebrici non vengano sostituiti con vettori. Così pure, il concetto di mediana non può estendersi a tali distribuzioni se non assumendo, in surrogazione della solita definizione, questa: che la mediana debba essere il (o un) punto che minimizza la somma degli scostamenti assoluti dagli altri punti della data distribuzione, mentre la definizione valida per distribuzioni lineari perde significato.

Difatti, sia dato un insieme di s coppie di valori di due caratteri quantitativi x ed y :

$$x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i \ \dots \ x_s$$

$$y_1 \ y_2 \ \dots \ y_i \ \dots \ y_s,$$

si supponga che tali coppie si presentino con le rispettive frequenze assolute

$$F_1 \ F_2 \ \dots \ F_i \ \dots \ F_s \quad (\sum F_i = N),$$

e si rappresentino le coppie stesse mediante punti di un piano, riferiti a due assi cartesiani ortogonali x, y .

La media aritmetica di tale distribuzione superficiale, conservando la definizione data per le distribuzioni lineari, sarà costituita dalla coppia di valori

$$x = \sum_{i=1}^s x_i F_i / N, y = \sum_{i=1}^s y_i F_i / N, \quad [1]$$

rappresentata dal punto del piano che ha per coordinate i valori stessi. Ora, se, inversamente, si cerca il punto del piano rispetto al quale risulta minima la somma dei quadrati degli scostamenti $\sum_{i=1}^s [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2] F_i$, si ritrova immediatamente il punto prima definito, che, d'altra parte non è altro che il centro di gravità della distribuzione. È, invece, priva di significato la locuzione « scostamento algebrico » di due punti di un piano, cosicchè la prima proprietà caratteristica della media aritmetica non vale per distribuzioni superficiali.

Quanto alla mediana, poichè la sua definizione, relativamente a distribuzioni lineari, dipende dall'ordine di crescenza dei valori $x_1, x_2, \dots, x_i \dots x_s$ assunti dal carattere x , laddove in una distribuzione superficiale non sussiste il concetto di maggiore e minore per le diverse coppie (x_i, y_i) di valori assunti dai due caratteri x ed y , è evidente che la definizione stessa sarebbe priva di significato per una tale distribuzione. Al contrario, la proprietà caratteristica della mediana di una distribuzione lineare ha significato anche per una distribuzione superficiale, e perciò, per una siffatta distribuzione, viene naturale di surrogare alla ricordata definizione di mediana la seguente: mediana o centro mediano è la (o una) coppia di valori \bar{x}, \bar{y} , per cui risulta

$$\sum_{i=1}^s (\sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}) F_i = \text{Min.} \quad [2]$$

o, geometricamente, è il punto $M = (\bar{x} \bar{y})$ del piano (in cui si rappresenta la distribuzione) rispetto al quale risulta minima la somma delle distanze degli altri punti della distribuzione (1).

(1) Tale definizione, che si identifica dunque con quella che per la mediana di una distribuzione lineare è una proprietà caratteristica, costituisce una applicazione del *principio di conservazione delle leggi formali* o di HANKEL. Di

Assunta tale definizione si trova subito, per una distribuzione piana, che le coordinate \bar{x}, \bar{y} , del centro mediano M debbono verificare le relazioni

$$\sum_{i=1}^s \frac{(x_i - \bar{x}) F_i}{\sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}} = 0, \quad \sum_{i=1}^s \frac{(y_i - \bar{y}) F_i}{\sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}} = 0; \quad [3]$$

d'altronde i coefficienti di F_i , che figurano in queste due relazioni, non sono altro che il coseno e il seno dell'angolo a_i formato dal vettore che va dal punto (\bar{x}, \bar{y}) al punto (x_i, y_i) con l'asse delle ascisse; e perciò le relazioni stesse possono scriversi:

$$\sum_{i=1}^s F_i \cos a_i = 0, \quad \sum_{i=1}^s F_i \sin a_i = 0, \quad [3]$$

nella qual forma significano che il punto M deve essere tale che, condotti da esso tanti vettori di lunghezze F_i nelle direzioni dei diversi punti della data distribuzione, la somma di tali vettori risulti nulla (1).

III. — INTERPRETAZIONI RESTRITTIVE DELLE DEFINIZIONI POSTE.

Le definizioni surrogate, relative al centro di gravità e al centro mediano di una distribuzione piana, che supporremo sempre discreta, possono ricevere una interpretazione restrittiva che modifica i problemi generali di ricerca degli elementi corrispondenti a quelle definizioni, ma che conducono a soluzioni approssimate, di più facile determinazione. Intendiamo, con ciò, dire che:

a) la definizione di centro di gravità, come quel punto del piano rispetto al quale risulta minima la somma dei quadrati delle distanze dei punti della distribuzione, e

b) la definizione di centro mediano, come quel punto del piano rispetto a cui risulta minima la somma delle distanze dei punti della distribuzione,

definizioni che esprimono due condizioni di minimo, possono essere

tale principio si è fatto sistematica applicazione in una precedente Memoria (C. GINI e L. GALVANI, *Di talune estensioni dei concetti di media ai caratteri qualitativi* «Metron», vol. VIII, 1929) sia per estendere, in vari sensi, i diversi concetti di media ai caratteri qualitativi, sia per operare tali estensioni relativamente alle serie statistiche dipendenti da più e, in particolare, da due caratteri qualitativi, o quantitativi, o promiscui.

(1) Cfr. C. GINI e L. GALVANI, *Di talune estensioni dei concetti di media*, ecc., già cit.; ed anche STEINER, *Werke*, vol. II.

riferite, anzichè a un punto generico del piano, *a un punto appartenente alla data distribuzione.*

Vi può essere, del resto, anche una convenienza pratica ad assumere tale restrizione, come avverrebbe, per esempio, se si trattasse di trovare, in una regione, il luogo nel quale le popolazioni dei diversi centri abitati potessero convenire percorrendo in linea retta il minimo cammino complessivo: il punto soddisfacente a tale condizione, in senso lato, non coinciderebbe generalmente con nessuno dei centri abitati; ma, dal punto di vista delle comodità che potrebbero confor-
tare la riunione, gioverebbe, indubbiamente, sostituire a quel punto il centro abitato soddisfacente rispetto agli altri centri la enunciata condizione di minimo (1).

IV. — CENTRO DI GRAVITÀ E CENTRO MEDIANO DI UNA POPOLAZIONE.

È evidente che i concetti esposti possono essere applicati al caso di una popolazione distribuita in un certo territorio, non appena si dia, di tale distribuzione, una rappresentazione piana: si tratterà, infatti, di una distribuzione superficiale nella quale i due caratteri quantitativi da cui essa dipende potranno essere, ad esempio, le coordinate geografiche (o coordinate di altra specie) dei singoli individui (o di gruppi) della popolazione.

Si potrà, quindi, parlare sia di media aritmetica, sia di mediana di una popolazione, o con denominazioni più espressive, di *centro di gravità* e di *centro mediano* di una popolazione.

Tali centri sintetizzeranno, secondo due diversi principî, ciascuno dei quali potrà essere di volta in volta opportuno considerare, la posizione occupata dalla popolazione in esame. Ma poichè i centri stessi non potranno avere se non un valore largamente indicativo, dato che non sarebbe possibile conoscere esattamente la posizione dei singoli

(1) Anche la possibilità di attribuire una interpretazione più o meno lata alle mentovate definizioni di centro di gravità e di centro mediano di una distri-
buzione piana (e ad altre definizioni stabilite per estendere i concetti di media ai caratteri qualitativi) era già stata considerata da C. GINI e L. GALVANI
nella memoria *Di talune estensioni*, ecc., già cit. Per le applicazioni che seguono è stato appunto necessario richiamare il duplice modo di considerare le definizioni in parola.

individui della collettività, così alle applicazioni concrete che potranno essere fatte è necessario premettere alcune ipotesi semplificative, sia sulla forma del territorio occupato, sia sul modo di distribuirsi della popolazione. Oltre a ciò conviene premettere alcuni rilievi sulla struttura delle formule [1], [3], [3'].

a) Intanto è ovvio che se il territorio è sufficientemente ristretto, esso può senza inconvenienti essere assimilato ad una superficie piana, in quanto che gli errori che ne deriveranno nella posizione dei centri, di gravità e mediano, saranno trascurabili di fronte ad altri errori inevitabili dipendenti, per esempio, dall'ammettere che tutti gli individui di certi gruppi, più o meno numerosi, occupino uno stesso punto del territorio, anziché posizioni distinte, come è in effetto.

Naturalmente l'ampiezza di quegli errori dipenderà dal particolare sistema di proiezione impiegato nella rappresentazione piana della regione terrestre considerata. Per formarsi un'idea del loro ordine di grandezza basti qui dire che, considerando, per esempio, come un quadrato la regione quadrilatera dell'ellissoide terrestre avente in longitudine e in latitudine l'ampiezza di 1° , fra i paralleli $41^{\circ}30'$ e $42^{\circ}30'$ (che comprendono Roma, la cui latitudine è, per il Collegio Romano, $41^{\circ}54'$) si vengono a riguardare come uguali i due archi dei paralleli estremi, archi che hanno, invece, le lunghezze di m. 83484 e m. 82188 rispettivamente (1).

Similmente la regione quadrilatera avente in longitudine e in latitudine l'ampiezza di 2° , fra i paralleli 41° e 43° , ha come lunghezza dei due lati, meridionale e settentrionale, m. 168250 e m. 163062; e tali lunghezze, che differiscono circa del 3%, si dovrebbero considerare come uguali, qualora la superficie di quella regione si assimilasse ad un quadrato.

Per le nostre latitudini appare dunque che l'assimilazione di regioni quadrilatere come quelle ora considerate a regioni piane quadrate conduce ad errori che possono riguardarsi come tollerabili. Errori minori si avrebbero assimilando le regioni stesse a trapezi i cui lati avessero le stesse lunghezze degli archi di meridiano e di

(1) Valori dedotti dai dati calcolati dall'Istituto Geografico Militare: *Valori in metri dell'arco di 1° sul parallelo e sul meridiano... alla latitudine media di ciascuna tavoletta o quadrante contenuti nei fogli della Carta d'Italia al 100.000*. Firenze, 1926.

parallelo che le limitano o, meglio ancora, a convenienti settori di corona circolare (proiezione conica).

Quando, invece, il territorio sia molto vasto non se ne potrà dare se non una rappresentazione piana notevolmente deformata, con uno dei metodi di proiezione che si impiegano nella cartografia. Ora, è ben vero che taluni di tali metodi sono atti a conservare certe relazioni che intercedono fra gli elementi obiettivi (conservazione dei rapporti delle aree nelle proiezioni equivalenti, conservazione degli angoli in quelle conformi); ma, la impossibilità di conservare simultaneamente le une e le altre relazioni, porta a concludere che, a seconda del sistema di proiezione adottato, le posizioni del centro di gravità e del centro mediano potranno notevolmente mutare. Perciò *converrà considerare questa fase della scelta del sistema di rappresentazione piana della regione considerata, come una fase antecedente a quella di ricerca propriamente detta dei centri di gravità e mediano*, ricerca che si effettuerà dunque senz'altro nell'ammissione che la popolazione sia già distribuita sopra un piano (1).

Nelle applicazioni date più oltre abbiamo rappresentato il territorio del Regno d'Italia sopra un reticolato a maglie quadrate, in cui i lati opposti di ciascuna maglia rappresentano rispettivamente archi di meridiano e archi di parallelo alla distanza di un quarto di grado. (*proiezione cilindrica equispaziata*). Così ad archi di uguale ampiezza sui meridiani e sui paralleli abbiamo fatto corrispondere segmenti eguali nella rappresentazione adottata, ciò che porta a deformazioni di poco rilievo nelle singole maglie o negli aggregati di poche maglie limitrofe, ma a deformazioni notevoli per regioni vaste e, comparativamente, per maglie a latitudini molto lontane. Così, mentre il lato settentrionale ($47^{\circ}15'$) delle maglie situate più a nord ha in effetto una lunghezza di m. 18960 circa, il lato meridionale ($36^{\circ}30'$) delle maglie situate più a sud (2) ha una lunghezza di m. 22320 circa.

(1) Anche mantenendo alla regione che porta la popolazione considerata la forma sferica od ellissoidica, sarebbe possibile definire, *sulla superficie* della sfera o dell'ellissoide, il centro di gravità e il centro mediano. Sempre in base al principio di conservazione delle leggi formali, si potrebbe dire centro di gravità (e rispettivamente centro mediano) il punto minimizzante la somma dei quadrati delle distanze (e rispettivamente il punto minimizzante la somma delle distanze) dagli individui che compongono la popolazione, qualora le distanze si misurassero su archi di circolo massimo o di geodetiche.

(2) La popolazione del Comune comprendente le isole di Lampedusa e Linosa è stata considerata aggregata a quella di alcuni Comuni della Sicilia.

Molto meno rilevante, e dipendente dalla forma ellisoidica della terra, è la differenza degli archi di meridiano, dei quali quelli che fiancheggiano le maglie situate più a nord hanno una lunghezza di m. 27790, e quelli delle maglie più a sud una lunghezza di m. 27740 circa.

Nonostante queste rilevanti deformazioni, abbiamo utilizzato la rappresentazione descritta, riservandoci peraltro, in ulteriori ricerche, di assumere per il territorio del Regno anche una rappresentazione equivalente, per esempio la proiezione di Bonne, una proiezione isogonica (specialmente indicata per la determinazione del centro mediano, per effetto delle 3 e 3') e, infine, una proiezione policentrica, allo scopo appunto di valutare gli spostamenti subiti dal centro di gravità e dal centro mediano, in dipendenza del sistema di proiezione usato per rappresentare sul piano una porzione della superficie terrestre.

b) Per quanto concerne il modo di distribuirsi della popolazione nel territorio occupato, si potrebbe anzitutto supporre che tutta la popolazione (nota) di ciascuna delle circoscrizioni amministrative di un dato ordine (comuni, o circondarî, o provincie, etc.) fosse concentrata in un punto notevole (di posizione geografica nota) della circoscrizione stessa.

Allo scopo di ottenere una semplificazione anche maggiore, si potrebbe dividere la rappresentazione piana del territorio in elementi eguali, e pensare concentrata in un punto solo di ciascuno di tali elementi, per esempio nel suo centro di figura, la popolazione in esso contenuta.

Noi abbiamo appunto supposto che la popolazione contenuta in ciascuna delle maglie quadrate, di cui si è fatto sopra cenno, fosse raccolta nel centro della maglia; inoltre, data la pratica difficoltà, per i comuni appartenenti a più maglie, di determinare le parti della loro popolazione spettanti alle singole maglie, si è ammesso che tutta la popolazione di tali comuni appartenesse a quella sola maglia in cui cade il centro comunale, secondo quanto risulta dalla carta d'Italia al 500.000, edita dall'Istituto Geografico Militare (edizione 1927). Così la popolazione del Comune di Roma si è considerata appartenente tutta al quadrilatero compreso fra i paralleli di latitudini $41^{\circ}45'$ e 42° e fra i meridiani di longitudini 0° e $0^{\circ}15'$, dato che il meridiano iniziale (Monte Mario) lascia ad oriente la grandissima parte della città propriamente detta.

V. — STRUTTURA DELLE FORMULE PER IL CENTRO DI GRAVITÀ E PER
IL CENTRO MEDIANO E OPPORTUNITÀ DI CONSIDERARE IL CENTRO
MEDIANO IN SENSO STRETTO.

Soffermiamoci ora ad esaminare la struttura delle formule [1], [3], [3'], in relazione ad una popolazione che supporremo già accentrata, secondo quanto si è detto sub IV, *a*) e *b*), in alcuni punti del piano sul quale viene rappresentato il territorio da essa occupato. Intanto, *assunta una tale rappresentazione*, le formule stesse hanno carattere invariativo rispetto a qualunque sistema di riferimento, cioè il punto o i punti da esse definiti non variano al variare di tale sistema (1). Inoltre è da notare che le [1] definiscono sempre uno ed un solo punto del piano, mentre tale unicità non risulta a priori per le [3] e [3']. Infine le [1] forniscono senz'altro le coordinate del centro di gravità: laddove le [3] e [3'] contengono implicitamente le coordinate

(1) Una male intesa analogia è forse quella che ha indotto il «Census Bureau» degli Stati Uniti d'America a definire come centro mediano («median point») di una popolazione quello determinato dalla intersezione del parallelo mediano col meridiano mediano, intendendo per tali quelli che separano la popolazione considerata in due parti ugualmente numerose. Sulla infondatezza di tale definizione e su altri errori del C. B. in argomento, non è il caso di ritornare dopo la segnalazione fattane da C. GINI e L. GALVANI in *Di talune estensioni dei concetti di media ai caratteri qualitativi*, già cit. Si può vedere in proposito la *Editor's Note on the center of population and point of minimum travel*, nel «Journal of the Amer. Stat. Assoc.», dicembre 1930, in cui tutta la questione è riassunta, sia pure con qualche inesattezza nei riguardi degli autori testè citati, come sarà veduto più oltre. Qui vogliamo soltanto soffermarci a rilevare: 1º che l'accennata analogia potrebbe essere stata suggerita dal fatto che, come esprimono le formule [1], il centro di gravità di una distribuzione piana ha come coordinate quelle dei centri di gravità delle distribuzioni lineari ottenute proiettando la data distribuzione su gli assi di riferimento; 2º che la definizione di centro mediano del C. B. non ha carattere invariativo rispetto agli assi di riferimento. Per vederlo nel modo più elementare si consideri un triangolo ABC , e siano le proiezioni dei suoi vertici su x (A', B', C') e su y (A'', B'', C''). Per fissare le idee, supponiamo che C' sia il punto mediano fra $A'B'C'$, e B'' il punto mediano fra $A''B''C''$. Secondo il C. B. il «median point» sarà il punto M di intersezione della normale ad x per C' e della normale ad y per B'' , cosicchè esso giacerà internamente al triangolo ABC , sulla circonferenza di diametro BC . Ora, facendo rotare intorno all'origine il sistema di riferimento, M continuerà a muoversi sullo stesso arco, finchè su uno degli assi il punto mediano delle proiezioni dei vertici non venga a mutare (per es. invece di C venga ad essere A). Allora il punto M prenderà a spostarsi sulla circonferenza avente per diametro un altro lato del triangolo, e così fino a ritornare alla posizione iniziale. Pertanto il punto mediano nel senso del C. B. percorrerà, con la rotazione degli assi, tutto il contorno di un triangolo curvilineo i cui lati sono costituiti da archi di cerchio, con diametri AB , BC , CA .

del centro mediano, costituendo un sistema non lineare e, se anche riducibile a razionale, generalmente di grado molto elevato rispetto alle coordinate stesse. Perciò, mentre nelle applicazioni pratiche la determinazione del centro di gravità in senso lato, cioè in riferimento a un punto generico del piano, si può eseguire senza difficoltà alcuna, all'infuori della eventuale laboriosità dei calcoli, per il centro mediano le cose vanno ben diversamente, e si presenta allora l'opportunità di considerare quello che si può dire il centro mediano in senso stretto, cioè il punto di minima distanza complessiva dagli altri, nell'ambito dei soli punti della distribuzione (cfr. §. III). Si intende che se i punti della data distribuzione sono in piccolo numero e molto dispersi, vi potrà essere notevole divario fra il centro mediano in senso lato e quello in senso stretto; ma s'intuisce che quanto più siano densi i punti della distribuzione tanto più quel divario si attenuerà.

VI. — ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLE FUNZIONI REALI CONVESSE DI UNA O DUE VARIABILI (REALI).

È possibile precisare questa vaga intuizione, facendo ricorso al concetto di funzione convessa di due variabili, che si ottiene come generalizzazione di quello di funzione convessa di una sola variabile.

Ricordiamo che una funzione (reale) $z = f(x)$, definita per tutti i punti di un intervallo, si dice convessa secondo CAUCHY quando, essendo $a < b$, risulti $f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{1}{2} [f(a) + f(b)]$ comunque siano presi a e b nell'intervallo di definizione della $f(x)$. Questa condizione si può anche esprimere nella forma, apparentemente più generale, $f(ha + kb) \leq [hf(a) + kf(b)]$ ($h \geq 0, k \geq 0, h + k = 1$), il che significa che i valori della funzione fra a e b debbono essere minori o al più uguali a quelli rappresentati dai punti della corda che ha per estremi $A \equiv [a, f(a)]$ e $B \equiv [b, f(b)]$. Passando ad una funzione reale $z = f(x, y)$ di due variabili (reali), definita per tutti i punti di un insieme semplicemente connesso (1), diremo con lo JENSEN (2) che la funzione è convessa quando la sezione ottenuta tagliando la sua immagine geometrica con qualunque piano perpendicolare al

(1) Tale, inoltre, che il segmento determinato da due qualunque dei suoi punti vi appartenga.

(2) *Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes*, «Acta Mathematica», t. XXX, 1905-906.

piano x y , è immagine di una funzione convessa di una sola variabile (ascissa misurata sulla intersezione dei due piani) nel senso prima dichiarato. È poi facile vedere che la somma di due o più funzioni convesse di una sola variabile (definite tutte in uno stesso intervallo), e quindi anche la somma di due o più funzioni convesse di due variabili (definite in uno stesso campo) è pure una funzione convessa.

VII. — LA SOMMA DELLE DISTANZE DI UN PUNTO GENERICO DEL PIANO DA ALCUNI PUNTI DEL PIANO STESSO È UNA FUNZIONE CONVESSA.

Ora, si osservi che la funzione $z(x, y) = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$ esprimente la distanza di un punto generico del piano (x, y) da un punto fisso $P_1 \equiv (x_1, y_1)$ nel piano stesso, è appunto una funzione convessa definita in tutto il piano, avente per immagine una falda di un cono circolare retto con il vertice nel punto (x_1, y_1) , l'asse perpendicolare al piano xy e l'apertura $\frac{\pi}{4}$. Che se poi il punto (x_1, y_1) ,

sia contato per F_1 volte, la funzione esprimente F_1 volte la distanza di (x, y) dal punto fisso (x_1, y_1) avrà ancora per immagine la falda di un cono circolare retto col vertice in questo medesimo punto, ma con un'apertura $\omega = \text{arc ctg } F_1$. Infine, anche la somma delle distanze di un punto (x, y) da più punti fissi $P_i \equiv (x_i, y_i)$ ($i = 1 \dots s$) con le rispettive frequenze F_i , sarà, come somma di più funzioni convesse, una funzione convessa nel senso di JENSEN rappresentata per tutto il piano da una superficie Σ , le cui ordinate sono la somma delle ordinate di più falde coniche. Cercare il centro mediano della data distribuzione significa cercare il punto di ordinata minima di tale superficie Σ .

D'altronde, dal fatto che una funzione convessa di una variabile ha evidentemente un solo punto, o un solo intervallo di minimo, segue che una funzione convessa di due variabili potrà avere o un solo punto, o un solo segmento, o una sola superficie semplicemente connessa di minimo; cosicchè anche la nostra funzione, rappresentata dalla superficie Σ , godrà di tale proprietà.

Ma per questa particolare funzione si può dire qualche cosa di più. Se i punti dati nel piano sono soltanto due, P_1 e P_2 , (e con uguali frequenze) tutti i punti del segmento $P_1 P_2$ hanno evidentemente

una somma di distanze costante ed uguale alla minima somma possibile, cioè la immagine Σ della funzione somma delle distanze ha come sezione col piano ortogonale a xy e passante per P_1 e P_2 una spezzata (convessa, di tre lati) di cui il lato che si proietta su $P_1 P_2$ non soltanto è parallelo a $P_1 P_2$ stesso, ma contiene anche tutti e quei soli punti della detta superficie che hanno la minima distanza dal piano xy : in questo caso la funzione considerata ammette non un punto, ma tutto un segmento $P_1 P_2$ di minimo.

Se i punti sono ancora due, P_1 e P_2 , ma con frequenze diverse, F_1 e F_2 , il solo punto di minimo è quello, per es. P_1 , al quale, corrisponde la frequenza maggiore. Se i punti sono tre o più, ma tutti allineati, esiste un solo punto oppure tutto un segmento di minimo, ma l'uno o l'altro sono necessariamente allineati coi dati punti, come è facile persuadersi considerando la sezione della Σ con il piano ortogonale ad xy passante per i punti dati: la sezione è, difatti, costituita dalla somma di tante funzioni (convesse) ciascuna delle quali ha per immagine un angolo con il vertice in uno dei punti dati, e con la bisettrice ortogonale al piano xy .

Infine, se i punti dati sono tre o più, dei quali uno almeno non allineato con gli altri, e con frequenze qualsiasi, il punto del piano rispetto a cui risulta minima la somma delle distanze è ancora unico. Difatti, riferendoci alla solita immagine Σ , consideriamone le sue sezioni con diversi piani perpendicolari al piano xy . Se tale piano passa per non più di uno dei dati punti, la sezione è una linea convessa le cui ordinate sono le somme delle ordinate di tanti rami di iperbole (uno per ciascuna falda conica rappresentante la distanza dei punti del piano da uno dei dati punti) e tale sezione avrà, per conseguenza, un solo punto di minima distanza dal piano xy . Se invece il piano secante passa per diversi punti dati, e si considerano separatamente la funzione somma delle distanze da questi punti, e la funzione somma delle distanze dai punti rimanenti, allora potrà ben darsi che quel piano seghi l'immagine della prima somma parziale secondo una spezzata convessa di cui un lato sia parallelo al piano xy , ma taglierà l'immagine della seconda somma parziale secondo una curva convessa dotata di un solo punto di minimo; cosicchè la sezione definitiva, con ordinate che sono la somma delle ordinate di queste due sezioni, sarà una curva convessa dotata di un solo punto di minimo.

Conclusione di tutta questa analisi, relativa ai diversi casi particolari che possono presentarsi, è dunque questa: che *la somma delle*

distanze dei punti del piano da più di due punti fissi dati nel piano stesso, quando di tali punti uno almeno non sia allineato con gli altri, è una funzione convessa dotata di un solo punto di minimo.

Così, con considerazioni geometriche elementari, si è, intanto, dimostrato che il sistema [3] ammette una sola soluzione reale, cioè che *una distribuzione di punti nel piano, con frequenze arbitrarie, ammette un solo centro mediano in senso lato* (almeno quando fra i dati punti ne esista uno non allineato con gli altri).

VIII. — IL CENTRO MEDIANO IN SENSO STRETTO COME INDICATORE, IN VIA APPROSSIMATA, DEL CENTRO MEDIANO IN SENSO LATO.

Da ciò non segue, tuttavia, che una tale distribuzione ammetta pure un solo centro mediano in senso stretto, cioè quando il punto minimizzante la somma delle distanze dai punti della data distribuzione si consideri nell'ambito dei punti stessi. Difatti la somma delle distanze, per ciascuno di questi singoli punti, dai punti residui della distribuzione, non è altro che la corrispondente ordinata della superficie Σ , definita su tutto il piano; e nulla osta a che, fra le ordinate di questi soli punti, due o più siano allo stesso tempo uguali e minime.

Si può, tuttavia, nel caso di conoscenza di un punto mediano in senso stretto, circoscrivere la posizione occupata dal punto mediano in senso lato, osservando che se la solita superficie Σ si taglia con un piano parallelo al piano xy , la sezione ottenuta è semplicemente connessa ed ha per contorno una curva (chiusa) non rientrante, cioè comprendente ciascuna sua corda (1).

Difatti se questa sezione non fosse tale, e il suo contorno avesse, invece, come proiezione ortogonale sul piano xy , una curva di livello della forma indicata dalla fig. 1 (rientrante), o dalla fig. 2 (non semplicemente connessa), considerati in essa curva due punti come A e B , condotto il segmento AB e un segmento come CD , secante col suo prolungamento in E il segmento AB , l'ordinata della superficie in E dovrebbe essere da una parte inferiore a quelle in A e B (per la convessità della sezione ottenuta col piano ortogonale ad xy passante per AB) e d'altronde superiore a quelle in C e D e

(1) Contorni siffatti si dicono *convessi*, con una accezione di questo vocabolo diversa da quella considerata nel testo. Si sostituisce la denominazione di *non rientranti* per evitare confusioni.

quindi anche a quelle in A e B (per la convessità della sezione ottenuta col piano ortogonale ad xy passante per CD).

Ora supponiamo appunto di avere, in qualche modo, determinato il centro mediano in senso stretto M della data distribuzione, e ammettiamo, anzitutto, che esso sia unico. Condotto per l'estremo dell'ordinata in M il piano parallelo ad xy , se tale piano non avrà, oltre questo estremo, nessun altro punto comune con la superficie Σ , vorrà dire che M è anche il centro mediano in senso lato; se invece il piano stesso taglierà la superficie in altri punti, la sezione avrà un contorno non rientrante, ed il centro mediano in senso lato cadrà internamente alla proiezione di questo contorno.

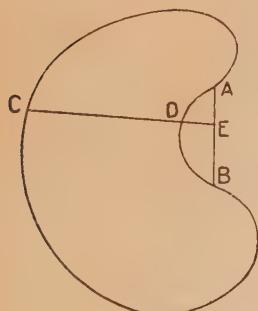


Fig. 1.

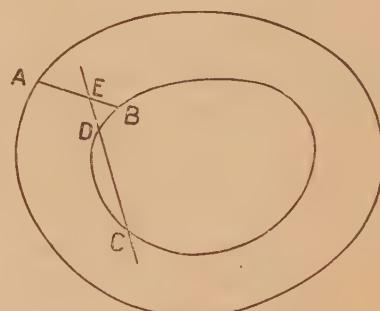


Fig. 2.

Se poi M non è l'unico, ma è uno dei centri mediani in senso stretto, tutti questi centri cadranno non esternamente ad un contorno non rientrante (ottenuto sezionando la solita superficie con il piano parallelo ad xy passante per l'estremo dell'ordinata in M e proiettando su xy), mentre il centro mediano in senso lato cadrà internamente a quel contorno.

Si può aggiungere che di due curve di livello della solita superficie Σ , corrispondenti a due diverse somme di distanze, quella relativa alla somma maggiore inviluppa evidentemente quella relativa alla somma minore. Pertanto, determinata la curva di livello C_P relativa alla somma delle distanze di un dato punto P della distribuzione dai rimanenti (cioè la curva di livello ottenuta proiettando su xy la sezione di Σ con il piano parallelo ad xy passante per l'estremo dell'ordinata in P), il centro mediano in senso lato cadrà internamente a tale curva. Se esiste un punto Q della distribuzione interno

alla curva stessa, la corrispondente curva di livello C_0 cadrà non esternamente alla precedente, cosicchè risulterà ulteriormente limitata la posizione del centro mediano in senso lato; e la limitazione potrà tanto più proseguire quanto più siano densi i punti della data distribuzione.

IX. — IMMAGINE (CONVESSA) DELLA SOMMA DELLE DISTANZE DETERMINATA DA UNA PARTICOLARE DISTRIBUZIONE PIANA.

Specializziamo ora, in vista delle nostre applicazioni, la forma della distribuzione sul piano, ammettendo che i punti P siano costituiti da tutti i vertici di un reticolato a maglie quadrate che copre

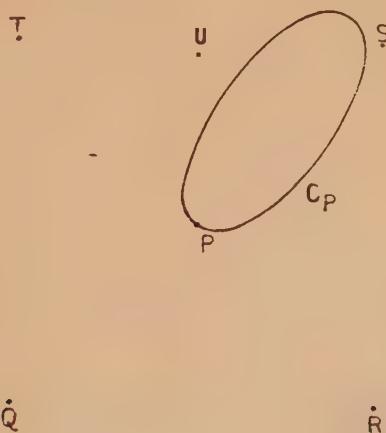


Fig. 3.

una certa regione. Sia P il centro mediano in senso stretto della data distribuzione, e sia l'unico, cosicchè in ciascuno degli 8 punti della distribuzione più prossimi a P e giacenti sul quadrato QRST (fig. 3) la somma delle distanze dai punti della distribuzione sia maggiore di quanto è in P . Condotto per l'estremo \bar{P} dell'ordinata in P il piano parallelo al piano xy , e considerata la sezione nella solita superficie Σ , se la proiezione di tale sezione, su xy , si riduce al solo punto P , allora P è anche, come sappiamo, il centro mediano in senso lato; se, invece, comprende altri punti, oltre P , essi saranno limitati da un contorno non rientrante C_P entro il quale cadrà il centro mediano in senso lato. Ora tale contorno non può evidentemente

nè toccare nè comprendere nessuno dei punti della distribuzione come T, U, S, \dots giacenti sul perimetro del quadrato $QRST$, ma potrebbe, tuttavia, insinuarsi fra due consecutivi, per es. U ed S , senza peraltro toccare nè comprendere qualche punto della distribuzione esterno al detto quadrato.

Per restringere ulteriormente il campo entro cui potrà cadere il centro mediano in senso lato notiamo, anzitutto, che, considerati diversi punti del piano xy tra loro allineati, come $ABCDE$, se in essi le ordinate di Σ sono tutte non crescenti, per es. da A verso E (fig. 4), allora *almeno in tutto il tratto* da A a D le ordinate di Σ saranno mag-

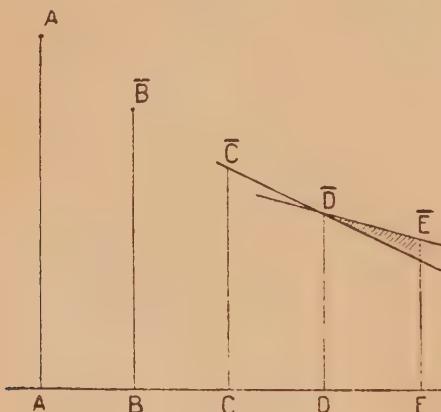


Fig. 4.

giori di quella relativa ad E (mentre nulla si potrà dire delle ordinate nei punti da D ad E); se invece nei punti stessi $ABCDE$ le ordinate sono prima non crescenti fino a C , poi non decrescenti (fig. 5), allora *in tutto il tratto* da A a B , e in quello da D ad E , le ordinate di Σ sono superiori a quella in C (e nulla si può dire delle ordinate nei punti da B a D) (1). In conclusione, la conoscenza di una ordinata minima in K , tra quelle relative a più punti della considerata distribuzione allineati con K , permette di tracciare tutta una linea, fino a ciascuno di quelli fra tali punti limitrofi K , in cui le ordinate della Σ

(1) Per la supposta convessità è escluso che nella detta successione di punti le ordinate di E siano fino a un certo punto non decrescenti, e poi non crescenti.

In generale poi, dal sapere che le ordinate di una funzione convessa di una variabile sono in A, B, C, D, E decrescenti come nella figura 4, oppure

sono maggiori di quella in K . Ora, se linee cosiffatte si potranno tracciare su tutto o su parte del contorno del quadrato $QRST$, è evidente che esse verranno, per così dire, a costituire delle linee di sbarramento che non potranno essere attraversate dalla curva C_P , cosicché rimarrà delimitata la posizione di C_P . Uno sbarramento avrà tanto maggiore efficacia, allo scopo appunto di delimitare la posizione di C_P , quanto più prossimi siano i punti allineati che si considerano. Sarà allora naturale di calcolare, oltre alle ordinate Σ in T, U, S, \dots sul contorno del solito quadrato (fig. 3), anche le ordinate nei punti di mezzo di TU, US, \dots etc.; dopo di che su ciascun lato

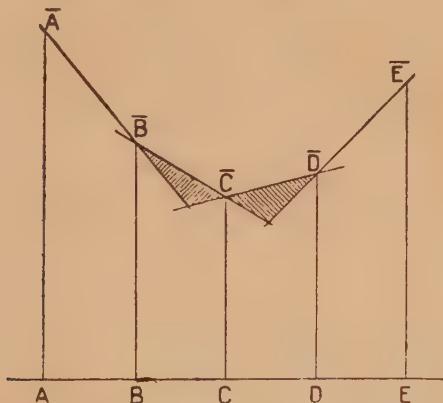


Fig. 5.

del quadrato stesso esisterà, al più, un intervallo di ampiezza uguale al segmento TU oltre il quale, potrebbe stendersi la curva C_P . Tuttavia spesso, esaminando l'andamento delle ordinate di Σ nei punti della data distribuzione, si ha la quasi certezza pratica che C_P non ecceda nessuno dei lati del solito quadrato $QRST$, cosicché anche il punto mediano in senso lato cadrà, quasi certamente, dentro il quadrato stesso (1).

prima decrescenti eppoi crescenti, come nella figura 5, segue, che le ordinate fra D ed E nella prima di tali figure e fra B e D nella seconda hanno il loro estremo nella zona tratteggiata, cosicché non è escluso che fra D ed E , e rispettivamente fra B e D la funzione abbia valori inferiori a quello in E e rispettivamente in C .

Cfr., a tale proposito, L. GALVANI, *Sulle funzioni convesse di una o due variabili definite in un aggregato qualunque*. «Rend. Circ. Mat. di Palermo», 1916.

(1) Un procedimento meccanico per la determinazione del centro mediano in senso stretto potrebbe essere realizzato mediante un apparecchio

**X. — APPLICAZIONE DEI CONCETTI ESPOSTI ALLA DETERMINAZIONE
DEL CENTRO DI GRAVITÀ E DEL CENTRO MEDIANO DELLA PO-
POLAZIONE E DEL TERRITORIO ITALIANO (CENSIMENTO 1921).**

Descriviamo ora particolarmente le operazioni eseguite per la determinazione del centro di gravità e per quella del centro mediano in senso stretto della popolazione italiana censita il 1º dicembre 1921 (popolazione presente, sia nei vecchi come nei nuovi confini), in riferimento alla rappresentazione piana data come sopra è stato esposto (§ IV, a). Si è già detto (IV, b) che la popolazione dei Comuni aventi il centro comunale interno a ciascuna maglia quadrata costituita dalla rappresentazione piana di paralleli e di meridiani alla distanza di un quarto di grado, si è immaginata raccolta nel centro di figura della maglia stessa (1).

Si è così ottenuta una distribuzione superficiale (piana), rappresentata graficamente su una tavola a doppia entrata delle dimensioni

analogo a una stadera. Se ad uno dei bracci si appendono pesi proporzionali alle popolazioni delle varie caselle, con distanze, dal centro di rotazione, proporzionali alle distanze di tali caselle da quella che si vuole sperimentare, e all'altro braccio si appende, a una distanza costante dal centro di rotazione, il peso necessario a rimezzare in equilibrio la stadera, questo peso rappresenterà la somma delle distanze ponderate delle varie caselle da quella sperimentata. Il peso minimo corrisponderà a quella di tali caselle il cui centro costituisce il centro mediano in senso stretto della data popolazione.

(1) Il «Census Bureau» degli Stati Uniti, per la determinazione del centro di gravità della popolazione confederale, determina in una prima fase del calcolo il centro di gravità inerente alla popolazione contenuta in ciascuna maglia trapezoidale limitata fra due meridiani e due paralleli alla distanza di un grado, e successivamente il centro di gravità dei centri di gravità parziali. Per le popolazioni delle grandi città il calcolo è fatto a parte, in modo analogo. (*Thirteenth Census of the United States, 1910*, vol. I, pag. 46 ed anche *Fourteenth Census of the United States, 1920*, vol. I, pag. 52).

La scissione del calcolo in queste due fasi è superflua: e, d'altra parte, il fatto di dividere, come noi facciamo, la popolazione nei gruppi elementari relativi ai quadrati, con il lato di un quarto di grado, ciascuno dei quali è, presso a poco, 1/16 dei trapezi considerati dal C. B., conduce a rispecchiare con sufficiente esattezza la distribuzione effettiva della popolazione sul territorio considerato.

Vogliamo poi rilevare, a questo punto, la infondatezza della seguente affermazione contenuta nell'ultimo capoverso della *Editor's Note on the center of population and point of minimum travel*, già cit. «There is still needed a practical method of procedure for locating the point of minimum travel for the case of actual multipoint populations, as Professors GINI and GALVANI have not as yet published anything beyond the original formulation, and since their splendid and scholarly treatment does not give us means for loca-

di cm. 43×50 circa, in cui ciascuna maglia di $15'$ in latitudine e $15'$ in longitudine occupa un quadrato del lato di cm. 1; internamente ad ognuno di tali quadrati è stata inscritta la corrispondente popolazione. Per maggiore comodità tale rappresentazione si è fatta in una prima tavola per l'intera popolazione nei nuovi confini e in una seconda tavola per l'intera popolazione nei vecchi confini; ma, per risparmio di spazio, la riproduzione che si ritiene opportuno qui allegare (sia per l'interesse che può presentare in sè, sia per altre eventuali elaborazioni) sintetizza le due tavole. Difatti, poichè queste differiscono, oltreché nei quadrati totalmente esterni ai nuovi confini, anche per l'ammontare della popolazione contenuta nei quadrati attraversati dai vecchi confini, così nel grafico annesso abbiamo lasciato in bianco tutti i quadrati attraversati dai vecchi confini, ed abbiamo indicato con cifre diritte le popolazioni dei quadrati totalmente interni ai vecchi confini, e con cifre oblique le popolazioni dei quadrati totalmente esterni. Inoltre, riprodotta due volte a parte la serie dei quadrati attraversati dalla linea di confine, abbiamo in una serie inscritta la corrispondente popolazione nei vecchi confini, e nell'altra serie la popolazione in quelli nuovi; cosicchè, sostituendo l'una o l'altra di queste serie alla serie dei quadrati lasciati in bianco, si completerà la rappresentazione del modo di distribuirsi della popolazione nei vecchi e nei nuovi confini. Sui margini, oltre alle indicazioni dei gradi di latitudine e di longitudine (meridiano di Roma) è stata segnata, in corrispondenza ai quarti di grado e a scopo di abbreviazione dei calcoli, una numerazione convenzionale delle

ting the point ». Nella Memoria ripetutamente citata *Di talune estensioni*, ecc., a cui quella affermazione si riferisce, non era stato dato solamente il sistema di equazioni [3] e [3'] atto a definire le coordinate del centro mediano in senso lato, ma era stata anche fatta la dovuta distinzione fra centro mediano « in senso lato » e centro mediano « in senso stretto », ed era stata esemplificata la ricerca del centro mediano in senso stretto per il caso di una distribuzione dipendente da due caratteri ciclici. Le considerazioni svolte nella presente nota, sulla base del concetto di funzione convessa, permettono ora di aggiungere che il centro mediano in senso lato è unico, e che, partendo dalla determinazione del centro mediano in senso stretto, si può pervenire a localizzare sempre più strettamente una zona in cui cade il centro mediano in senso lato.

Aggiungiamo, riferendoci ancora alla stessa *Editor's Note...*, che il problema di determinare il punto di minima distanza complessiva dai tre vertici di un triangolo, ivi trattato da E. B. WILSON, venne risoluto da EVANGELISTA TORRICELLI (1608-47), come può vedersi in *Opere di Evangelista Torricelli* edite da Gino Loria e Giuseppe Vassura, Faenza 1919, vol. I, parte II, pp. 91-92.

ascisse e delle ordinate, relativa a un sistema cartesiano di riferimento avente l'origine nel punto

0° 7'30'' longitudine E

41°52'30'' latitudine N

e avente come unità di misura, su ciascun asse, un quarto di grado. Inoltre è stata indicata, sempre a margine, la popolazione nei vecchi confini e quella nei nuovi, contenuta in ciascuna striscia tra due paralleli o fra due meridiani alla distanza di un quarto di grado.

Aggiungiamo che, oltre al centro di gravità e al centro mediano in senso stretto della popolazione presente censita nei vecchi e nei nuovi confini, è stato anche determinato il centro di gravità e il centro mediano nella supposizione che in ogni quadrato elementare col lato di un quarto di grado si raccogliesse una popolazione costante (= 1): i risultati, aventi evidentemente un significato puramente geometrico, costituiscono, in sostanza, il centro di gravità e il centro mediano del territorio italiano, nei vecchi e nei nuovi confini.

Riassumendo, le determinazioni eseguite sono:

a e *a'*) centro di gravità della popolazione e centro di gravità del territorio nei vecchi confini;

b e *b'*) centro di gravità della popolazione e centro di gravità del territorio nei nuovi confini;

c e *c'*) centri mediani in senso stretto della popolazione e del territorio nei vecchi confini;

d e *d'*) centri mediani in senso stretto della popolazione e del territorio nei nuovi confini.

XI. — CENTRO DI GRAVITÀ DELLA POPOLAZIONE E CENTRO DI GRAVITÀ DEL TERRITORIO NEI VECCHI CONFINI.

a) Poichè la popolazione presente censita il 1° dicembre 1921 nei vecchi confini fu di

$$N = 37.142.886 \text{ abitanti (1)}$$

così, a tenore delle formule [1], e utilizzando i valori delle popola-

⁽¹⁾ *Censimento della popolazione del Regno d'Italia al 1° dicembre 1921, vol. XIX, Relazione generale, pag. 97**.

zioni parziali contenute nelle strisce fra meridiani e nelle strisce fra paralleli alla distanza di un quarto di grado, si sono trovate come coordinate del centro di gravità, in riferimento al sistema cartesiano sopra accennato:

$$x = \frac{-203.364.334 + 135.852.021}{37.142.886} = \frac{-67.512.313}{37.142.886} = -1,8176$$

$$y = \frac{253.739.572 - 118.815.579}{37.142.886} = \frac{134.923.993}{37.142.886} = 3,6326,$$

dove le due parti del numeratore di ciascuna frazione costituiscono i momenti parziali, rispetto agli assi di riferimento, delle popolazioni situate ad W e ad E dell'asse delle ordinate, e rispettivamente di quelle situate a N e a S dell'asse delle ascisse.

Passando alle coordinate geografiche si trova immediatamente che — 1,8176 corrisponde a — 19°46" e 3,6326 a 42°46'59".

Pertanto le coordinate geografiche del centro di gravità della popolazione presente censita nei vecchi confini sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} - 0^{\circ}19'46'' \text{ longitudine W} \\ 42^{\circ}46'59'' \text{ latitudine N.} \end{array} \right.$$

Questo punto (indicato con 1 nella cartina annessa) si trova in provincia di Terni, comune di Orvieto, frazione di Bagni, foglio 130 della Carta d'Italia al 100 mila, edita dall'Istituto Geografico Militare.

a') In modo analogo, tenendo presente che il numero dei quadrati elementari contenenti la popolazione nei vecchi confini (cioè il numero dei quadrati interni ai vecchi confini oppure attraversati dalla linea di confine) è

$$N = 601$$

e facendo la supposizione che ogni quadrato elementare contenga la popolazione 1, si trovano come coordinate del centro di gravità del territorio nei vecchi confini:

$$x = \frac{-3.244 + 2480}{601} = \frac{-764}{601} = -1,2712$$

$$y = \frac{3.491 - 2.211}{601} = \frac{1.280}{601} = 2,1298$$

Di qui, traducendo, si ha che le coordinate geografiche del centro di gravità del territorio del Regno, nei vecchi confini, sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{--- } 0^{\circ}11'34'' \text{ longitudine W} \\ \text{--- } 42^{\circ}24'26'' \text{ latitudine N.} \end{array} \right.$$

Questo punto (indicato con 2 nella cartina annessa) cade in provincia di Viterbo, comune di Soriano nel Cimino, foglio 130 della Carta d'Italia al 100 mila.

XII. — CENTRO DI GRAVITÀ DELLA POPOLAZIONE E CENTRO DI GRAVITÀ DEL TERRITORIO NEI NUOVI CONFINI.

b) La popolazione presente censita il 10 dicembre 1921 nei nuovi confini fu di

$$N = 38.755.576 \text{ abitanti (1);}$$

nel solito sistema di riferimento si è pertanto trovato:

$$x = \frac{-206.840.560 + 140.816.426}{38.755.576} = \frac{-66.024.134}{38.755.576} = -1,7036$$

$$y = \frac{279.365.623 - 118.815.579}{38.755.576} = \frac{160.550.044}{38.755.576} = 4,1426$$

e perciò le coordinate geografiche del centro di gravità della popolazione presente nei nuovi confini sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{--- } 0^{\circ}18'3'' \text{ longitudine W} \\ \text{--- } 42^{\circ}54'38'' \text{ latitudine N.} \end{array} \right.$$

Questo centro (indicato con 3 nella cartina annessa) è situato in provincia di Terni, comune di Montegabbiano, frazione di Castel dei Fiori, foglio 130 della Carta d'Italia al 100 mila.

b') Analogamente, poichè il numero dei quadrati elementari contenenti la popolazione nei nuovi confini è

$$N = 651$$

si trova

$$x = \frac{-3.358 + 2.638}{651} = \frac{-720}{651} = -1,1060$$

$$y = \frac{4.312 - 2.211}{651} = \frac{2.101}{651} = 3,2273$$

(1) *Elenco dei Comuni del Regno e loro popolazione residente e presente al censimento 1921*, pag. 209.

cosicchè le coordinate geografiche del centro di gravità del territorio del Regno, nei nuovi confini, sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} - 0^{\circ} 9' 5'' \text{ longitudine W} \\ 42^{\circ} 40' 54'' \text{ latitudine N (1),} \end{array} \right.$$

punto situato in provincia di Terni, comune di Baschi, frazione Melazzole, foglio 130 della Carta d'Italia al 100 mila.

XIII. — CENTRI MEDIANI (IN SENSO STRETTO) DELLA POPOLAZIONE E DEL TERRITORIO NEI VECCHI CONFINI.

Per eseguire questa ricerca ci siamo valsi di un reticolato (a maglie quadrate del lato di un centimetro: maglie, dunque, identiche a quelle utilizzate per rappresentare sul piano la distribuzione della popolazione), ricoprente un foglio trasparente, nelle dimensioni di cm. 61 per 61.

In ciascun quadrato è stata inscritta la distanza in decimillimetri del suo centro di figura dal centro di figura del quadrato situato nel mezzo del reticolato; cosicchè in questo quadrato è stata inscritta la distanza 0 (v. fig. 6). Infine, valendosi — per una indicazione approssimativa della zona in cui sarebbe presumibilmente caduto il centro mediano (in senso stretto) — della già acquisita conoscenza del centro di gravità della distribuzione, si è sovrapposto il foglio trasparente al foglio rappresentativo della distribuzione della

(1) Un articolo divulgativo di OLINTO MARINELLI, *L'Italia demografica e il suo centro di popolazione*, apparso su « Le Vie d'Italia » del dicembre 1923, contiene, rappresentate in due piccole carte, la posizione di 6 punti: Centro di gravità dell'Italia naturale; Id. della nuova Italia; Id. della vecchia Italia, centro di popolazione dell'Italia naturale; Id. della nuova Italia; Id. della vecchia Italia. Sembra, dal contesto, che quelli indicati come « centri di gravità » siano i centri di gravità del territorio; mentre quelli indicati come « centri di popolazione » (« Center of population » del Census Bureau americano) sono indubbiamente i centri di gravità della popolazione contenuta nei confini naturali dell'Italia e di quella nei nuovi confini e nei vecchi confini politici. Dall'esame di dette cartine si desume che le posizioni geografiche dei centri di gravità della popolazione e del territorio nei vecchi e nei nuovi confini sarebbero circa:

Centro di gravità della popolazione nei vecchi confini: — $0^{\circ} 14'$ long. W; $42^{\circ} 47'$ lat. N.

Id. id. del territorio, vecchi confini: — $0^{\circ} 10'$ long. W; $42^{\circ} 22'$ lat. N;
Id. id. della popolazione, nuovi confini: — $0^{\circ} 13'$ long. W; $42^{\circ} 54'$ lat. N;

Id. id. del territorio, nuovi confini: — $0^{\circ} 11'$ long. W; $42^{\circ} 38'$ lat. N.

Le differenze fra queste determinazioni e le nostre vanno da circa 2 a 6' in longitudine e da 0' a 3' in latitudine.

popolazione, e si è fatto coincidere il quadrato centrale del primo foglio con un quadrato dell'altro foglio, situato nella zona accennata. La somma dei prodotti delle distanze inscritte nelle caselle trasparenti per le popolazioni rispettivamente segnate nelle caselle sottostanti, rappresenta l'ordinata della superficie convessa Σ , di cui al § VI

	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2		
$\sqrt{10}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
2	1	0	1	2	
	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	
		2			

Fig. 6.

in corrispondenza al centro della casella su cui è stata posta la casella o del foglio trasparente.

c) Relativamente alla popolazione nei vecchi confini sono bastati 17 tentativi per trovare una casella alla quale corrisponde una ordinata di Σ minore di tutte quelle corrispondenti alle 8 caselle immediatamente circostanti. Tale casella, è, nel solito sistema cartesiano, individuata dalle coordinate $(-3, 6)$, come è indicato nella fig. 7, che contiene in ciascuna casella il corrispondente valore dell'ordinata di Σ . D'altronde le coordinate geografiche del centro di quella casella, ossia del centro mediano in senso stretto (indicato con 5 nella cartina annessa) sono:

$$\begin{cases} -0^{\circ}37'30'' \text{ longitudine W} \\ 43^{\circ}22'30'' \text{ latitudine N,} \end{cases}$$

punto situato in provincia di Arezzo, comune di Arezzo, frazione di Puliciano, foglio 114.

Tenendo presenti le considerazioni del § IX si può concludere che, quasi certamente, il centro mediano in senso lato cade entro il

quadrato $QRST$, quadrato di cui ogni lato ha l'ampiezza di mezzo grado (1).

c') Per il territorio nei vecchi confini si sono dovute eseguire 15 prove per individuare il quadrato elementare nel cui centro l'ordinata di Σ è minore di quella nei centri degli 8 quadrati circostanti.

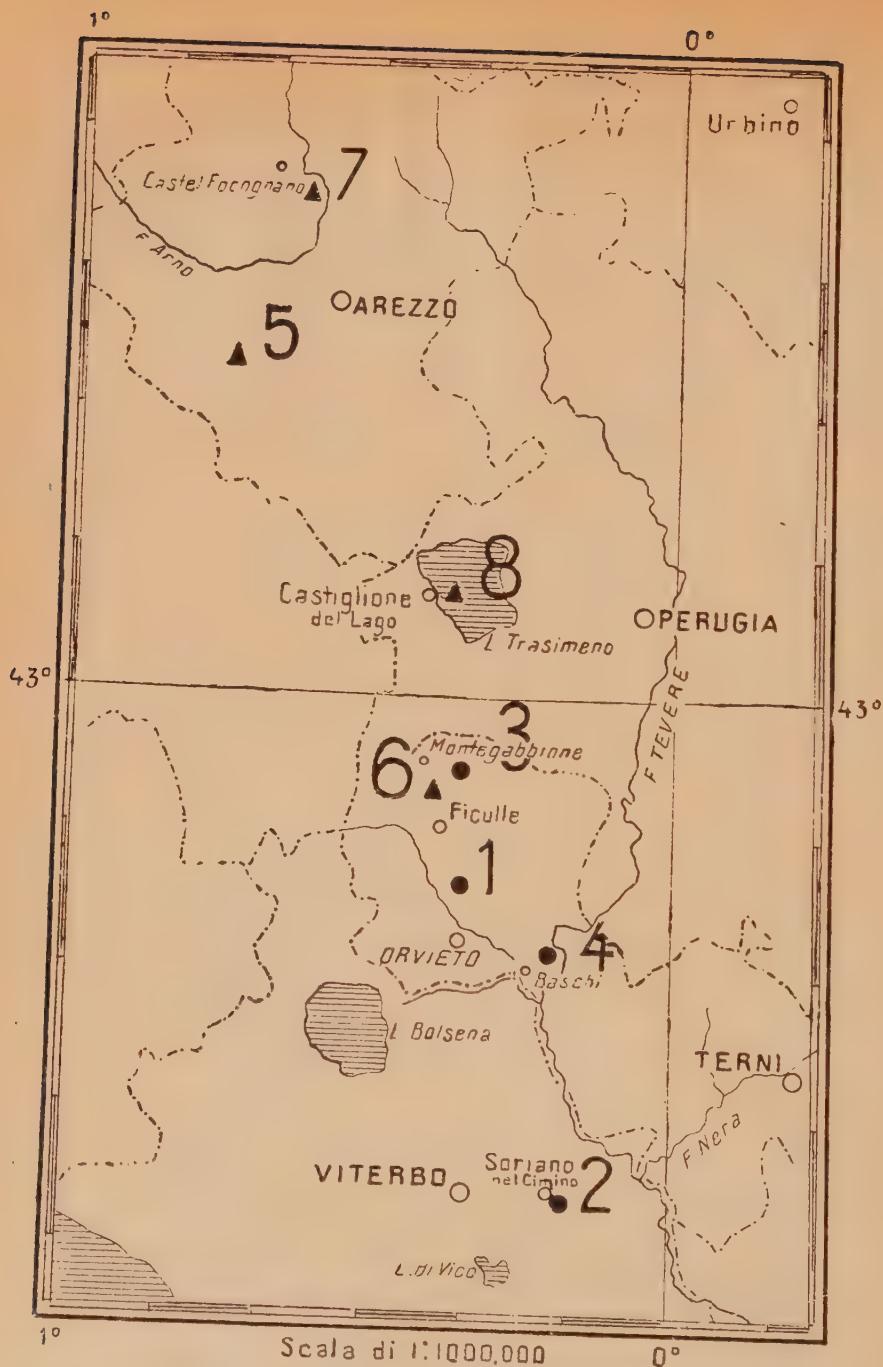
T 507.303.002	507.343.416	S 509.537.504
507.858.424	506.962.243	508.252.630
Q 510.687.669	508.832.213	R 509.133.413

Fig. 7.

Nella fig. 8 sono indicati i valori delle 9 ordinate. Il centro della casella di mezzo, ossia il centro mediano in senso stretto (indicato con 6 nella cartina), ha le coordinate cartesiane ($-2, 4$), e quindi le coordinate geografiche

$$\left\{ \begin{array}{l} -0^{\circ}22'30'' \text{ longitudine W} \\ 42^{\circ}52'30'' \text{ latitudine N.} \end{array} \right.$$

(1) Per la delimitazione di una più stretta zona contenente il centro mediano in senso lato si potrebbero applicare le considerazioni esposte al § IX; ed anche calcolare le ordinate di Σ nel centro di ciascuno dei 16 quadrati in cui potrebbe dividersi il quadrato $QRST$. Il procedimento qui descritto per la ricerca del centro mediano in senso stretto è stato suggerito da C. GINI e L. GALVANI in *Di talune estensioni dei concetti di media, etc.*, già cit., ed ivi applicato, come esempio (nel § 63), al caso di una serie dipendente da due caratteri ciclici, senza, peraltro, fare uso della grande riduzione nel numero delle prove che risulta dalle considerazioni sulle funzioni convesse di due variabili, svolte nella presente nota. Osserviamo poi che il procedimento stesso, pure riferendosi alla ricerca del centro mediano in senso stretto, si presta anche, per successive suddivisioni dei quadrati elementari, a delimitare con precisione sempre maggiore la posizione del centro mediano in senso lato.



Scala di 1:1000,000

Centro di gravità

Popolazione vecchi confini

Popolazione nuovi confini

Centro

Centro mediano

Territorio vecchi confini

Territorio nuovi confini

punto situato in provincia di Terni, comune di Ficulle, frazione di Olevole, foglio 130.

Il centro mediano in senso lato cade quasi certamente nel quadrato TQRS.

<i>T</i> 8575,40	8554,36	<i>S</i> 8567,91
8563,66	8532,33	8534,79
<i>Q</i> 8587,60	8546,11	<i>R</i> 8537,90

Fig. 8.

XIV. — CENTRI MEDIANI (IN SENSO STRETTO) DELLA POPOLAZIONE E DEL TERRITORIO NEI NUOVI CONFINI.

d) Con 16 tentativi si è trovato che il centro mediano della popolazione nei nuovi confini è dato dal punto di mezzo della casella centrale della fig. 9, avente le coordinate cartesiane (— 3, 7) e quindi le coordinate geografiche

$$\left\{ \begin{array}{l} -0^{\circ}37'30'' \text{ longitudine W} \\ 43^{\circ}37'30'' \text{ latitudine N} \end{array} \right.$$

corrispondenti al punto (rappresentato con 7 nella cartina) situato in Provincia di Arezzo, Comune di Castel Focognano, frazione di Salutio, foglio 114.

Vale la solita osservazione circa la posizione probabile del centro mediano in senso lato.

d') Finalmente, con soli 11 tentativi, il centro mediano in senso stretto del territorio nei nuovi confini è stato individuato come

risulta dalla fig. 10. Esso ha le coordinate cartesiane ($-2, 5$), e quindi le coordinate geografiche

$\left\{ \begin{array}{l} -0^{\circ}22'30'' \text{ longitudine W} \\ 43^{\circ}7'30'' \text{ latitudine N} \end{array} \right.$

<i>T</i> 526.584.436	526.832.364	<i>S</i> 529.360.142
526.003.111	525.444.218	527.138.743
<i>Q</i> 527.884.388	526.368.095	<i>R</i> 527.183.886

Fig. 9.

punto situato in Provincia di Perugia, nel lago Trasimeno, presso il

<i>T</i> 9268,13	9243,54	<i>S</i> 9256,66
9261,24	9226,90	9229,96
<i>Q</i> 9291,54	9247,54	<i>R</i> 9240,05

Fig. 10.

comune di Castiglion del Lago, foglio 122 (e rappresentato con 8 nella solita cartina).

Il centro mediano in senso lato cade probabilmente nel solito quadrato che circoscrive il centro mediano in senso stretto e che ha il lato di mezzo grado.

XV. — SIGNIFICATO ED IMPIEGO DEL CENTRO DI GRAVITÀ E DEL CENTRO MEDIANO.

Abbiamo detto che il centro di gravità e il centro mediano di una popolazione ne sintetizzano, secondo due diversi concetti, il modo di distribuirsi sul territorio occupato, supposto piano. Il centro di gravità è, come si sa dagli elementi della meccanica, quello nel quale la popolazione potrebbe raccogliersi, in modo che la somma dei quadrati delle distanze rettilinee percorse dai luoghi di origine al luogo di convegno risultasse minima. Considerando ciascuna di queste distanze come uno scarto, si può quindi dire che il centro di gravità di una popolazione, distribuita sopra un territorio piano, è il punto del piano rispetto al quale risulta minima la somma dei quadrati degli scarti e quindi anche risulta minimo lo scarto quadratico medio. Il centro mediano è, invece, il punto rispetto al quale risulta minima la somma delle dette distanze o scarti, e quindi anche il punto rispetto al quale risulta minimo lo scarto semplice medio; e può essere considerato in senso stretto, qualora si imponga ad esso la condizione di appartenere alla distribuzione. Naturalmente, come indice complessivo del modo di distribuirsi della popolazione sarà da preferirsi il centro mediano in senso largo, mentre come indicatore del luogo di convegno più conveniente per una effettiva adunata della popolazione sarebbe da preferirsi il centro mediano in senso stretto.

Dalle formule [1], che forniscono le coordinate del centro di gravità, sarebbe facile dedurre che tali coordinate non mutano sostituendo ad alcuni elementi della distribuzione il loro centro di gravità, e attribuendo a questo centro parziale una popolazione o peso uguale al numero di quegli elementi. Le formule [3'] esprimono, invece, che il centro mediano (in senso lato) non muta qualora uno o più punti della distribuzione si spostino arbitrariamente lungo raggi uscenti dal centro stesso.

Il centro di gravità della popolazione è il punto verso il quale la popolazione tenderebbe a concentrarsi se ogni individuo, idealizzato in un punto di massa costante, fosse attratto verso i suoi simili da

una forza come la gravità. Tale centro, paragonato col centro di gravità del territorio, può dare indizio, a seconda dello scarto maggiore o minore fra i due, della maggiore o minore disuguaglianza di distribuzione della popolazione sul territorio; disuguaglianza che potrà dipendere dalla natura del suolo, dal clima, dalle risorse locali, dalla posizione privilegiata di certe località, e da tanti altri fattori fisici ed economici.

Il movimento secolare del centro di gravità e del centro mediano della popolazione di uno Stato, in corrispondenza ai risultati di diversi censimenti, e, bene inteso, sempre in riferimento a una stessa rappresentazione piana del territorio occupato, potrà essere dovuto sia ai lenti movimenti di massa della popolazione per l'occupazione di talune regioni e per l'abbandono di altre (correnti migratorie interne), sia al disuguale accrescimento naturale delle popolazioni delle varie regioni, sia alle correnti migratorie esterne, sia, infine, alle modificazioni territoriali dello Stato per cause fisiche e politiche.

Notiamo, in ultimo, che come indice sintetico della distribuzione di una popolazione, il centro di gravità è maggiormente sensibile alle eventuali variazioni di essa, di quanto non sia il centro mediano in senso stretto.

XVI. — RIASSUNTO.

Nella supposizione che il territorio occupato da una popolazione venga, in qualche modo, rappresentato sopra un piano, vi è luogo a considerare, *in relazione a tale rappresentazione piana*, sia il centro di gravità, sia il centro mediano della popolazione ivi distribuita, intendendo per centro mediano, secondo è stato stabilito da C. GINI e L. GALVANI nella Memoria *Di talune estensioni dei concetti di media ai caratteri qualitativi*, già citata, il punto rispetto al quale risulta minima la somma delle distanze dei punti della distribuzione. Dimostrata, con applicazione del concetto di funzione convessa, l'unicità di tale punto (che si può dire centro mediano «in senso lato»), almeno quando fra i punti della distribuzione ve ne sia uno non allineato coi rimanenti, e richiamata (dalla predetta Memoria) l'opportunità di considerare anche quello che può dirsi centro mediano «in senso stretto» cioè punto *della distribuzione* rispetto al quale risulta minima la somma delle distanze degli altri punti della distribuzione, si è fatto vedere che la conoscenza del centro

mediano in senso stretto dà un'indicazione approssimata della posizione del centro mediano in senso lato. Inoltre l'utilizzazione del concetto di funzione convessa consente di limitare il numero delle prove necessarie alla individuazione del centro mediano in senso stretto; e, d'altra parte, per successive suddivisioni del territorio circostante a tale centro, è possibile raggiungere una approssimazione sempre maggiore nel delimitare un'area che racchiuda il centro mediano in senso lato.

I concetti esposti vengono, infine, applicati alle determinazioni del centro di gravità e del centro mediano sia della popolazione presente italiana censita il 1º dicembre 1921, sia del territorio del Regno, nei vecchi e nei nuovi confini, quando si assuma come rappresentazione piana del territorio quella nella quale ciascun trapezio curvilineo costituito da archi di meridiano e di parallelo alla distanza di un quarto di grado abbia come immagine piana un quadrato di lato costante (proiezione cilindrica equispaziata), e di più si ammetta che la popolazione interna a ciascuno di quei trapezi si aduni nel centro del quadrato corrispondente.

Ma poichè altre rappresentazioni piane del territorio considerato sono, anche più usualmente, impiegate per il tracciamento delle carte geografiche, così ci proponiamo di eseguire nel seguito le determinazioni del centro di gravità e del centro mediano della popolazione e della regione italiana corrispondentemente ad alcune di tali rappresentazioni, per sperimentare quali effetti abbia sulla posizione di tali centri il sistema di proiezione utilizzato (1).

(1) I problemi di determinare il centro di gravità e il centro mediano di una popolazione hanno anche recentemente attirato l'attenzione di parecchi studiosi, tra i quali ci piace ricordare F. J. LINDERS, F. L. GRIFFIN e DOUGLAS E. SCATES, che hanno presentato appunto al Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione rapporti di alto valore pratico e teorico. La memoria di F. J. LINDERS riguarda soltanto il centro di gravità e l'ellisse d'inerzia, mentre le altre due concernono particolarmente il centro mediano in una distribuzione lineare o superficiale e rispettivamente in una popolazione. A tale proposito si può rilevare che il procedimento di successive approssimazioni al centro mediano descritto da DOUGLAS E. SCATES presuppone implicitamente che la superficie rappresentativa della somma delle distanze dei singoli punti del piano dai punti della distribuzione (superficie che si è appunto considerata nella presente memoria e che si è indicata con Σ) sia tagliata da qualunque piano normale al piano contenente la distribuzione da una curva dotata di un solo minimo. Tale condizione è effettivamente adempiuta in conseguenza della convessità di Σ , dimostrata in questa memoria.

ZIONE PRESENTE

■ E NUOVI CONFINI

1 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

9 16 14 14 13 15 16 16 12 11 14 17 14 12 7 6 4 2 2 3 3 1 **TOTALE ELEMENTI OCCUPATI** 60

DOUGLAS E. SCATES

Locating the median of the population in the United States

Introduction. — A new interest in the median point of population has been aroused in the last year or two by the publication of papers which give to the median a new definition and new properties (1). Previously, the median point of population, or median center, had been regarded as the intersection of two orthogonal median lines, and had little other significance than that each line respectively divided the population in half, and that the populations in alternate quadrants were equal. Chief interest centered in the mean of the population (2), or center of gravity, both because of its mathematical properties, and because of the characteristic ascribed to it that the aggregate distance from each person in the country to the mean would be less than to any other point which could be selected.

In the United States, EELLS (3) has been chiefly responsible for pointing out that this last characteristic is not correctly attributed to the mean; and he has shown that a point could be so selected for a certain population as to make the aggregate distance to it less than the aggregate distance either to the mean, or to the intersection

(1) For a general review of recent activity, see the summarizing note by FRANK ALEXANDER ROSS, *Editor's Note on the Center of Population and Point of Minimum Travel*, « *Journal of the American Statistical Association* », Volume XXV (N. S.), pages 447-452. December, 1930.

(2) The United States Bureau of the Census refers to the mean as the « center of population », and computes several centers, such as the mean of native white, foreign-born, negro, urban, and rural populations. See, *Center of Population and Median Lines and Centers of Area, Agriculture, Manufactures, and Cotton*. Fourteenth Census of the United States, 1920. Bureau of the Census. Government Printing Office, Washington. 1923. 41 p.

(3) WALTER CROSBY EELLS, *A Mistaken Conception of the Center of Population* « *Journal of the American Statistical Association* », Vol. XXV (N. S.), pages 33-40. March, 1930. F. L. GRIFFIN has also worked on the problem; see p. 38 of the same reference.

of horizontal and vertical median lines. In Italy, GINI and GALVANI (1) have given an extended and thorough treatise on the median of a plane, commenting on the erroneous conception of the mean, and on the deficiencies of the median as heretofore calculated. They give as a new definition of the median the very property which had previously been erroneously associated with the mean, namely, that the median of a plane is the point which makes the aggregate distance between itself and each of the points on the plane a minimum.

This definition gives to the median a practical, or popular, interest, as well as a mathematical one. The definition grows out of the following considerations: (a) the point of intersection of two median lines is not invariant with respect to the axes or directions which might be used in determining the respective medians; (2) (b) it is not possible to arrange values of a two-dimensional series in order of magnitude, hence this concept is not of value in describing and determining the median of a plane; (c) the median of a linear series makes the sum of the deviations a minimum; this concept is equally applicable to a two-dimensional series, and appears to be the most appropriate concept for the median of a population distributed over a plane.

The purpose of the present paper is to illustrate the locating of such a median for a large population. GINI and GALVANI show that the median point for a plane is determined when the (weighted) sums of the cosines and the sines of the angles, formed by the directions of the various population locations from the median with the positive direction of the x axis, are both equal to zero. But it is not an easy matter to ascertain the location of the point which satisfies these conditions (3). It is to be hoped that a method will be worked out by which distances, or angles, may be summed around some arbitrary

(1) C. GINI e L. GALVANI, *Di talune estensioni dei concetti di media a caratteri qualitativi*. (Of Some Extensions of the Conceptions of Average to Qualitative Characters). *Metron*, Vol. 8, pages 3-209. July, 1929. Two pages, 136-37, translated into English appear in the reference cited in footnote one.

(2) This was pointed out some time ago by John T. HAYFORD, *What is the Center of an Area, or the Center of a Population?* « *Journal of the American Statistical Association* », Vol. VIII, pages 54 ff. June, 1902. The three points mentioned in the text are reviewed in the paper of GINI and GALVANI.

(3) The general equation can be solved for a population restricted to three locations. If the population in each of the three locations is equal, the central angles formed by the directions of the three population locations from the median are all 120° regardless of the shape of the triangle. This proof is given in R. GOURSAT, *Cours d'Analyse Mathematique*, pp. 144-46 (Paris 1902) and in the English translation, GOURSAT-HEDRICK, *Mathematical Analysis*,

working origin, and a correction applied which will immediately yield the median, similar to the manner in which we now calculate the mean of a linear distribution. The writer however does not know of such a procedure, and has not been able to hit upon one, and offers the method described in this paper as a possible working method which may be used pending the appearance of a more elegant solution.

The method used is one of successive approximation. Distances are summed around trial centers so chosen as to give the location of the median in a systematic manner. Various theoretical and practical aspects of the work are discussed, and the method is illustrated by applying it to the 1930 census returns of the United States. The treatment is divided principally into three topics: the determination and indexing of convenient units of population; the summing of radial distances; and the systematic selection of trial centers.

Determining and indexing population units. — If one is working with a small population, he may be able to work with the individual cases of that population; but with a large population, irregularly distributed, it becomes necessary to divide the total population (and consequently the area) into smaller units which will afford reasonable convenience. This is a customary procedure for working with a series distributed over a plane, and it will be discussed here only insofar as the conditions are peculiar to the locating of the median.

The limiting size and the shape of the units which are used should be determined primarily by the accuracy and ease with which they

pp. 130-31 (Boston, 1904). Apparently the proof goes back to the Italian, EVANGELISTA TORRICELLI, of the seventeenth century. The same method yields a solution for an unequally distributed population in three locations, but for four or more locations the GINI-GALVANI formula does not seem to yield to direct solution.

[The proof given by EVANGELISTA TORRICELLI is to be found at pag. 91-92 vol I, part II of the *Opere di Evangelista Torricelli edite da Gino Loria e Giuseppe Vassura*, Faenza 1919.

As to the «GINI-GALVANI formula», to which the author refers, or rather to the formulae for they are twofold, they are generally valid whatever may be the number of the elements of distribution, but they compound a system of equations which cannot generally be solved otherwise as by successive approximations. However the solution is only single as has been proved by L. GALVANI in his paper *Sulla determinazione del centro di gravità e del centro mediano di una popolazione* also presented to this International Congress.

Besides a proceeding for the howsoever approximate determination of the median point, or for the solution of the before mentioned equations, had been already given and exemplified by C. GINI and L. GALVANI in the treatise cited by the author (*Footnote of the Committee*).

can be indexed — that is, represented by a single point. We do not need to concern ourselves with unrepresentativeness or error in the direction in which the median lies, for a population location (or index of a unit) may be moved at pleasure toward or away from the median, without affecting the location of the median in any way, so long as the *direction* of the point from the median remains the same.

This property of the median is at first perplexing. It seems odd that the function of a population which makes the aggregate distance a minimum is, in certain respects, unresponsive to distance. This may perhaps be best explained by recalling that the function can be expressed in terms of angles, and therefore changes in population locations which do not affect the angles, do not affect the location of the median. We may further rationalize the property by noting that the distance of a case away from the median has no influence upon the median in a two-dimensional series any more than it has in a linear series. Error in the index in the direction taken by its radial — where we use the term *radial* to designate a line which might be drawn from a population location or unit index to the median — is therefore inconsequential (1).

This means that any error introduced by grouping the population into units is an error perpendicular to the radial — that is, a rotational error. An analysis of the unrepresentativeness of the index in this direction necessitates a consideration of angles — the angles formed by the radials with some selected axis. It will be recalled that for the entire population, the sum of the cosines and the sum of the sines of these angles must each equal zero (2). If a radial were drawn for every individual case in a population unit, the angles formed by all of these radials with the selected axis would yield a certain total of sines and cosines. The practical question is, can any single point be selected so that the angle formed by its radial with the axis will, when properly weighted, contribute the same amount of sine and cosine values as do the angles of the radials for all the individual cases in the unit.

(1) One cannot, of course, know the direction which the radial takes until after the median has been determined. We may nevertheless refer to this direction in discussions of theory; and practically, the direction taken by a radial may often be estimated with considerable accuracy in advance of knowing the median.

(2) This condition is expressed by the formulae (3') page 136 of the paper of C. GINI and L. GALVANI: *Di talune estensioni dei concetti di media etc.*, cited above by the author in his note (1). [Footnote of the Committee].

The answer to this question is, in general, no (1). Neither the sine nor the cosine of an average angle is equal to the average of the sines or cosines of the several angles. A point may be found in a unit which will give either the correct sine or the correct cosine value, but it will not give correct values for both. The difficulty may be illustrated by the three angles, 40° , 45° and 50° . The sums of the sines and cosines for these angles are equal, 2.1159. The mean angle is 45° , for which the sine and cosine are again equal, .7071. If this value is weighted (multiplied) by three, we have 2.1213, which is .0054 higher than the sums of the separate sines and cosines. Since the error is the same for both the sines and the cosines, it might appear that another point could be taken which would reduce both errors at once. But the sine and cosine values run in opposite directions; and if we decrease the index angle slightly to secure the correct sine value, we have at the same time increased its cosine value and thus made this error greater.

The median of the angles may occasionally give a better sine and cosine value than does the mean, but in general it would seem better to use the mean. The mean of angles in the same quadrant will, however, when its sine and cosine are multiplied by the number of cases involved, yield values which are regularly too large numerically. This follows from the fact that the first derivative of the sine is the cosine, which decreases from one to zero. That is, the slope of the sine curve becomes continually less, and differences in the sines for angles greater (in terms of first-quadrant equivalents) than the mean angle will be less than differences in the sines for angles which are correspondingly smaller than the mean. The same thing is true, in a double negative manner, for the cosines.

It appears therefore that there are two aspects of error in the use of the mean for indexing a unit, one arising from the fact that we cannot at the same time correctly represent both the sine and cosine functions — or, more generally, that the index used will be in error by different amounts with respect to the sines and cosines — and the other being that the mean, which is the only reasonably convenient index to use, regularly gives values which are too high, numerically.

(1) There are some exceptions. For example, the average of two angles differing in magnitude by 120° yields a sine and a cosine equal respectively to the sum of the sines and cosines of the two given angles. This case is also singular in that the expected weighting by two is not called for.

These errors however are not without some mitigation, for there is a tendency for them to compensate when the four quadrants are considered. If there were the same angular distribution of population (that is, of radials) in all four quadrants, and similar averages were used in all quadrants, the totals of sines and cosines for the entire distribution would be correct. Errors in the sums of the sines in the first two quadrants would be offset by similar errors of opposite sign in the third and fourth quadrants; and similarly for the cosines in the second and third quadrants as opposed to the first and fourth. This compensation will ordinarily not be perfect, but at least the error is not in the same direction throughout the distribution.

Just how serious the net error is for an average working situation is not known, but it would seem desirable to take steps to keep the error in each unit reasonably small rather than to trust too much to chance compensation. To this end, the units may be made fairly narrow in the direction perpendicular to that in which the median is estimated to lie, thus reducing the unrepresentativeness of the index. Areas of dense population, such as large cities, should be centered in the unit if this is possible, so that the radial for the index of that unit will pass through them. This reduces the weighting of the radials (that is, of their angles) which are not well represented by the index.

A third suggestion for reducing the error of indexing concerns the units which are close to the median. Because of their closeness the angular dispersion of their cases (or radials) is likely to be large, and the unrepresentativeness of the index will be as marked as for a unit of much larger area farther away from the median. Not only is the error increased, but it also becomes more serious in its consequences. A small error close to the median will be as harmful as a much greater error farther out. It seems important therefore to keep units which are close to the median small in area. If necessary, units of two or even three different sizes (populations) should be used at different distances from the estimated location of the median in order to have units of small area near the median. Or, if one is working primarily in terms of units having equal area, the size of these should be similarly reduced.

For the immediate problem, units of slightly more than one-million people were selected, yielding 122 units for the United States. All units were made the same size (population) in order to facilitate the process of summation later to be described. If the problem were

being reworked however a differentiation in size as recommended would probably be made. To secure these units, the population of each county according to the 1930 census was placed, in even thousands, upon a map of the United States having county outlines. As there are over three thousand counties, this was a sufficiently flexible unit for building up the 122 units of one-million each. In several cases the population of counties had to be pro-rated, but this was not general.

Large cities were given special attention, and all cities of 300,000 or over were centered in units. In several instances multiple units were formed, either having identical indexes or indexes close together. For example, a small compact area around New York City contains eleven million people; this could not reasonably be divided into eleven different units with as many indexes, but the location received its proper weight.

Since the number in each unit is purely a matter of weighting, small variations, say not exceeding one per cent, are not important unless they are systematic over a portion of the country. In forming units it is well to keep a cumulative total of the population in all the units made out, so as to avoid an unexpected shortage or excess at the end.

Ascertaining aggregate distances. — The method used in the present study to locate the median requires the summing of distances in a radial direction from each of a number of trial centers. This process is concerned solely with distance, and not with direction, so that distances measured radially in all directions can be tabulated together in a linear frequency distribution. A class interval in this tabulation represents a span which is a constant distance from the trial center being used, and hence on the actual distribution of population it becomes a circular band, or annulus. To get the total (aggregate) distance from any center it is then merely necessary to ascertain the frequency in each annulus, and calculate the total value of the resulting series as in any frequency distribution.

There are several more or less convenient methods of forming temporary annuli for this purpose. If the distribution is not on so large a scale as to make it unhandy, a mask or stencil may be made by scratching (or inking) concentric circles on transparent celluloid or on glass. The distance between each successive pair of circles is the width of the class interval decided upon for a given distribution. To sum distances from any point, the center of the circles on the mask

is placed over that point (trial center) of the distribution, and the number of cases falling in each annulus is counted, and recorded to form a frequency distribution of radial distances. The mask may then be moved to a new trial center and the process repeated.

A second method is to scratch graduations on a *strip* of celluloid, spacing them according to the class interval adopted, and giving them serial numbers. A pin may be put through the strip at the origin of the scale of graduations, and stuck into the map at the point selected for a trial center. The strip is then rotated, and each frequency is tabulated in its proper interval as indicated by the graduations when the strip is passed over it. Or a (steel) tape may be similarly used, if one chooses class intervals which correspond to divisions on the tape, and if the graduations on the tape are indicated with a fine enough mark, so as not to cause difficulty in deciding which interval a case should be placed in.

This second method has several things to recommend it. It does not involve an unwieldy mask in the case of large distributions; the strips are much more easily (and perhaps more accurately) prepared, and a change in the size of interval does not therefore cause so much trouble. Further, there is considerable difficulty in the case of the mask in recalling whether a case lying exactly, or almost exactly, on a circle was counted in the preceding annulus or not. Where there are many population locations, this becomes a source of considerable annoyance and some error.

In using the strip, or tape, this difficulty is largely avoided, though judgment may vary from one trial to another concerning the proper location of certain cases. If this leads to a significant discrepancy in several totals obtained from the same trial centers, the averages of these totals should be used. It is highly important that the index of each unit be marked with as fine lines as possible, so as to make few cases of doubt. If many cases lie on the circles (class limits), it is probably desirable to split such frequencies, dividing them between the two intervals, or else alternately throw one into the larger interval and the next into the smaller interval. If however the unit indexes and the graduations on the scale are both finely marked, no great difficulty may arise from this source.

If the strip or tape method is used, it will be found convenient in the case of large-scale distributions to break them up into working sections. These sections may be of any shape, but the effort should

be made to create shapes that will be convenient for various trial centers. Thus a narrow sector, which would be about ideal for a given center, becomes awkward when one is reading from another trial center, which happens to lie well within that sector. Sections marked out along roughly circular lines lying outside of the range of points likely to be used for trial centers are probably most appropriate, since they divide the reading in any direction into distant and near groups. When such working sections are laid out, presumably all of the cases lying within any one section will be tabulated before one goes on to another section. This aids considerably in avoiding the duplicating or omitting of any case as the strip scale is rotated.

It is desirable to use a smaller class interval for such summations than would ordinarily be thought of for simple linear distributions. One working rule for linear distributions calls for something like fifteen intervals. A working rule offered tentatively for summing radial distances is to use a class interval which is a fraction — say a half to a fourth — of the distance expected to be used between successive trial centers. In the present study, intervals of one inch (2.5 cm.) were at first used; that was thought to be satisfactory inasmuch as it yielded some thirty intervals in one direction from the trial centers. But with trial centers taken one centimeter (0.4 inch) apart, this yielded an erratic set of totals. One-quarter inch (0.6 cm.) was then used and gave fairly satisfactory results, though most of the totals used were the average of several readings. The results obtained with the use of inch intervals, as compared with one-fourth inch intervals, may be seen in Table I. If the population locations were evenly distributed, it would of course make no difference what interval was used; but when small differences in the totals are significant, it is important to use small intervals for an irregular distribution.

Where great accuracy is required, distances may be measured directly, or taken off with dividers and read against a rule. Or, under certain circumstances, it may be desirable to calculate distances arithmetically. This would arise when the location, in terms of coordinates, of each population location was known, and where these points either had not been located geographically on a plane surface, or could not be done so with the accuracy desired. This method may in fact prove to be the one favored by government bureaus that may determine the median for large areas, although the calculation required would be considerable. Later reference will be made to this.

TABLE I.

Aggregate distances obtained from nine trial centers when one-quarter inch and one inch intervals were used.

Trial centers were taken 0.4 inch (1 cm.) apart.

Trial Center	1/4 Inch Intervals	One-Inch Intervals
1.....	1125.25	1127
2.....	1120.50	1115
3.....	1117.25	1117
4.....	1115.25	1117
5.....	1114.75	1116
6.....	1115.75	1115
7.....	1118.25	1119
8.....	1122.50	1124
9.....	1129.75	1125

Systematizing the trial centers. — The two preceding sections have discussed the formation and indexing of convenient population units, and suggested practical methods for obtaining aggregate distances from trial centers. The present section deals with the systematic selection of these trial centers, and with the use of the summations in obtaining approximations to the median.

The first approximation to the median is primarily an estimate. As a basis for this estimate, one may calculate the (linear) medians of the distribution in two directions, and use the intersection of the median lines. Experience may enable one to improve on this, or to approximate the median purely by inspection. The accuracy of this initial estimate does not affect the final result, unless one takes it for more than it is worth. If it turns out to be a good estimate however, it will reduce the amount of work required.

A line is drawn through this estimated median in any desired direction, and readings, or summations of aggregate distance, are taken from various trial centers along this line. A curve is fitted to

the readings, and from this is determined the point which, of all points on the line, makes the aggregate distance from the population locations a minimum. The median (1) will lie on or near a perpendicular erected at this point. The proximity of the median to this perpendicular depends upon two factors — the skewness of the distribution around the perpendicular, and the distance of the line of trial centers itself from the median. If the distribution is symmetrical around the perpendicular, the median will lie on the perpendicular. In fact, if a distribution is known to be symmetrical, the median will lie on the axis of symmetry; and if there are two or more axes of symmetry, the median is located at their intersection and may thus be immediately determined.

If the line of trial centers should by chance be taken through the median, the point at which the perpendicular is erected will of course be the median. However as the line of trial centers is taken farther and farther away from the median, the point on that line which yields the minimum aggregate distance does not constantly represent a perpendicular projection of the median to the line, but moves toward a perpendicular projection of the mean, approaching this as an asymptote. The locus of this point has not been fully studied, but appears to resemble a tangent curve. It varies for different directions in an irregular distribution, and is a function of the two-way pattern of the population locations. It is barely possible that the equation of this curve could be obtained or approximated from constants of the distribution, so that the median could be located rather directly. This matter has not been studied. At present we know that the mean and the median lie on opposite sides of the perpendicular, but we do not know at what distance the median is.

If we regard the line of trial centers as a first approximation to the median, albeit in one direction, the perpendicular erected at the point yielding the minimum aggregate distance becomes a second approximation. It is then necessary to approximate the position of the median in the direction taken by the perpendicular. For this purpose, the process is merely repeated in this direction. That is, the perpendicular becomes the line along which trial centers are laid off, from which readings are taken in order to locate the point on this line

(1) Wherever the term *median* is used without qualification in this paper, it refers to the median of the population in two directions, as defined by GINI and GALVANI.

which yields the minimum aggregate distance. When located, a perpendicular is drawn at this point (which makes it parallel to the first line of trial centers) and the process is continued until the desired degree of precision is secured.

How far to carry this process depends upon a number of factors. The amount of improvement of successive approximations can be judged by the distance moved in each one; the amount of further improvement can then be estimated. Ordinarily the results will converge rapidly; however the more skewed the distribution, the more the discrepancy tends to persist, so that skewness is to be considered. The accuracy of the results desired is of course the chief factor, although the accuracy of the supporting work, such as indexing the population units, obtaining the summations and the minima, may be a limiting factor upon the accuracy that is obtainable and undue refinement in the final processes may do nothing more than mislead. It would seem that for practical purposes the third approximation would be sufficiently accurate, if one has been reasonably successful in his initial estimate (1).

In laying off the trial centers on any of these lines it is advantageous to the subsequent fitting of a curve to keep the intervals equal for any one line. This interval should not be so large as to impair the accuracy of the work, nor so small as to increase the amount of work unnecessarily. Probably there is nothing gained in having the interval between trial centers much less than twice the class interval used in obtaining summations, and preferably the ratio should be larger.

The number of readings to make depends of course on how far one has to go before obtaining his smallest reading. Preferably there should be about four or five readings on each side of the smallest reading, though for the first approximation three on each side may suffice.

It is desirable to plot the readings taken on each line to reveal any obvious error. If these form a smooth curve, the minimum for the readings on the first line may be estimated from a freehand curve. For the subsequent approximations it would seem desirable to fit

(1) The process proposed by the author is founded on the supposition that any right line considered contains one single point for which the summation of the distances of the population is a minimum. This brings to grant that the function representing the summations of the distances of the points of the plane to the elements of the population is a convex one. This has been proved by L. GALVANI in his paper as above cited. (*Footnote of the Committee*).

curves; although one may desire to make two fairly rough preliminary approximations before beginning more careful work, following these by at least two careful ones. The curve recommended for use is a least-squares cubic, the least-squares technique taking care of minor inaccuracies in the readings, and the third degree being necessary because the curve is not ordinarily symmetrical and a parabola will not give a reliable minimum. This curve is regarded by some workers as more trouble than it is worth; but if the trial centers are equally spaced, and if an odd number of readings is used, the calculation is materially simplified (1).

The minimum is obtained by setting the first derivative of the equation for the curve equal to zero, and the value of x (the reasonable one, or more rigorously, the one which makes the second derivative positive) which satisfies the equation is the desired point (2). It should be noted that if class intervals are used in summing, it is possible to obtain a reading less than the true minimum aggregate distance, since the values may by chance lie predominantly on the side of the intervals rather than average at the midpoints as is assumed. There is not necessarily any error therefore if a reading is obtained which is less than the minimum y value given by the curve.

Results for the United States. — For the study here reported, eleven readings were taken along three lines. These were verified at least once, and the minima obtained from fitted least-squares cubics. The first line of trial centers was taken along the northern part of the state of Kentucky; the first perpendicular lay along the borderline between the states of Indiana and Ohio, and the second perpendicular (the third line) ran approximately from Indianapolis, Indiana, to Columbus, Ohio.

The minimum for the third line may be taken as a reasonably close approximation to the desired median for the United States. This

(1) The technique of fitting least-squares curves is widely available in texts. A clear description is given in KARL J. HOLZINGER, *Statistical Methods for Students in Education*, (Ginn and Co., Boston, Mass. 1928), Chapter XVI. A method which obviates the necessity for the sums of powers of x is given by HAROLD T. DAVIS and VORIS V. LATSHAW in *Formulas for the Fitting of Polynomials to Data by the Method of Least Squares* «Annals of Mathematics», second series, Vol. 31, pp. 52-78. January, 1930.

(2) The equation for the curve being of the form, $Y = C_0 + C_1X + C_2X^2 + C_3X^3$, and the first derivative being $C_1 + 2C_2X + 3C_3X^2$, it is of course not necessary to find the value of the first constant, C_0 , though one will ordinarily desire to do so in order to plot the curve for checking purposes.

minimum lies in Montgomery County, Ohio, about fifteen miles northwest of the city of Dayton, Ohio. It is almost exactly on a line between Indianapolis and Columbus, about thirty miles east of the Indiana-Ohio boundary.

The center of population for 1930 has not yet been worked out by the Bureau of the Census, but it may be interesting to compare the median obtained with the 1920 results. It is about 150 miles northeast of the 1920 mean (1) of population, and about 40 miles east of the 1920 intersection of orthogonal median lines. As this intersection-median is moving more slowly than the mean, and in the same direction, roughly the same relative distances will probably hold for the 1930 figures, indicating that the point which makes the aggregate distance a minimum is nearer to the intersection of the orthogonal median lines than it is to the mean of the population.

The distribution of the population along distances measured radially from the median is shown in Table II. It will be observed that half of the population is within 530 miles (850 kms.) of the median,

TABLE II.

Distribution of the population of the United States according to distance measured radially from the median.

Given in intervals of 71 miles (114 kms.) each.

INTERVAL	Millions of People	INTERVAL	Millions of People	INTERVAL	Millions of People
0.....	2	10	7	20	1
1.....	3	11	6	21	0
2.....	8	12	4	22	0
3.....	11	13	4	23	0
4.....	7	14	2	24	0
5.....	9	15	0	25	1
6.....	8	16	1	26	1
7.....	13	17	0	27	0
8.....	21	18	2	28	4
9.....	4	19	0	29	3

(1) See reference in footnote 2 (at the 1st page of this paper).

two-thirds of the population is within 600 miles (960 kms.) and ninety per cent is within 1000 miles (1600 kms.), counting all directions. The average (mean) distance, calculated from the distribution in quarter-inch intervals, is 648.7 miles (1044 kms.). This is the average distance each person would have to travel, if all were assembled at the median and travelled in straight lines. The total distance of travel for all people in the United States would be 79,640,000,000 miles (128,170,000,000 kms.).

The average distances of travel have also been worked out for assembling all the people at several of the large cities in the vicinity of the median. These distances are given in Table III together with the distances that these cities are away from the obtained median.

TABLE III.

Average distance of travel for all people in the United States to assemble at various large cities near the median.

Average distance to the median is 649 miles (1,044 kms.).

CITY	Average travel distance (Miles)	Per cent of distance to median	Distance of City away from median	
			Miles	Kilometers
Cincinnati, Ohio	652	100.5	57	92
Columbus, Ohio	653	100.7	85	137
Indianapolis, Indiana ...	654	100.9	106	171
Louisville, Kentucky....	665	102.5	150	241
Cleveland, Ohio	675	104.1	200	322
Chicago, Illinois	685	105.7	235	378

Comments on technique. — One of the interesting properties of the median, as evidenced by the data in Table III, is the comparatively wide range within which a center may be taken with only a slight attendant increase in the aggregate distance. This characteristic makes the precise location of the median more difficult when, as in the present method, the location is determined from a comparison of aggregate distances. The success of the present method would seem to depend upon considerable refinement in the formation and indexing of units, and in obtaining the summations.

The application of the method to the population of the United States is presented primarily as an illustration of the technique which was used and not as furnishing a final result. The study was primarily exploratory, and while considerable care was exercised in its execution, the importance of certain factors did not become evident until the work had progressed. If it were being repeated, probably a unit of 500,000 rather than one of a million people would be used, and the unit in the neighborhood of the median would be still further reduced.

Probably there was some error introduced by the map which was used. This was a conic projection, 46 by 36 inches (1.2×0.8 meters), having a scale of one inch to 71 miles (1 cm. = 45 kms.). Since the median function is one of angles, or directions, it would seem that a Mercator projection would be more satisfactory. Theoretically, it would be ideal to work on a large molded section of the world, with a correct surface curvature, using a steel tape for reading radial distances. The Mercator projection will of course not yield correct total or average distances; if however every direction is correct, it should yield correct *comparative* totals of distance. The correction for a conic projection would seem to require an individual correction for each population location after the median had been approximately located. The conic projection will, if it causes any significant error, place the location higher than it should be. This matter should receive further study.

It is possible that a census bureau, with the facilities available to it, may be able to achieve a high degree of accuracy in indexing and obtaining aggregate distances by the use of coordinates. For example the United States Bureau of the Census now computes the center (mean) of the population by working with units one degree square; « that is, by areas included between consecutive parallels and meridians — as they are convenient units with which to work. The population of the principal cities is then deducted from that of the respective square degrees in which they lie and treated separately. The center of population of each square degree is assumed to be at its geographical center, except where such an assumption is manifestly incorrect; in these cases the position of the center of population of the square degree is estimated as nearly as possible (1) ».

(1) Quoted from the reference given in the second footnote on the first page of this paper.

It would be entirely possible to use the data thus gathered directly in the calculation of the median. The distance of the center of each square degree from a trial center could be obtained by taking the square root of the sum of the squares of the differences (expressed in miles) in latitude and longitude between the center of the square degree and the trial center; this distance would be weighted by the number of people in each square degree, and the aggregate distance for any trial center obtained by summing such weighted distances. This entire process would have to be repeated for each trial center, but, assuming the calculations were checked, it would yield a high degree of accuracy. If a Mercator projection has no theoretical disadvantages, it would of course be much more simple to enter the population of each square degree upon a Mercator projection and sum distances by measurement, as previously described. This would not, of course, yield an average distance figure, which holds some interest.

Another interesting center. — In closing this discussion of a center which has practical and popular interest, it may be in order to call attention to another center that apparently should share equally with the median in popular favor. This new center would be such an one as would make the various travel distances as nearly *equal* as possible. In other words, it would make the variability, rather than the total, of the distances a minimum. This may be a matter of some interest in picking a meeting place for a committee, or convention. While theoretically the median would always be best, because the total expense of travel would be least and therefore the average would be least, it generally works out that individuals are each responsible for their own expenses, and the good luck of some is an individual rather than a collective gain. I have not even made a preliminary study of such a center to know whether its calculation is simple or involved; but merely call attention to it at this point for what interest it may have.

CORRADO GINI
IN COLLABORAZIONE CON ANGELO FERRARELLI

Altri risultati delle indagini sulle famiglie numerose

SOMMARIO.

1. Precedenti ricerche. — 2. Oggetto della presente memoria. — 3. Numero medio dei figli delle famiglie numerose nelle varie categorie professionali e nelle varie provincie, e sua relazione con la frequenza delle famiglie numerose. — 4. Frequenza dei concepimenti prenuziali nelle famiglie numerose. — 5. La mortalità sotto 5 anni dei figli secondo l'età del padre e della madre alla loro nascita. — 6. Intervallo medio tra i partì successivi secondo la prolificità delle famiglie e l'età della madre al matrimonio. — 7. Percentuali dei figli rimasti nella famiglia e degli usciti da essa, secondo la prolificità della famiglia, l'ordine di generazione, il sesso e lo stato civile dei figli. — 8. Sopravvivenza a 35 anni e nuzialità dei figli delle famiglie numerose secondo la composizione per sesso della famiglia.

1. Nel 1928-VI l'Istituto Centrale di Statistica ha eseguito, per mia iniziativa, una rilevazione delle famiglie italiane che al 30 giugno 1928 avevano o avevano avuto almeno 7 figli nati vivi.

Furono rilevate in Italia 1.532.206 (1) di famiglie, il cui numero potrà subire una lieve riduzione, l'esperienza avendo dimostrato che talune schede si devono eliminare, sia perchè le famiglie non potevano riguardarsi come esistenti alla data del censimento, entrambi i genitori essendo morti prima di tale data, sia perchè alcune famiglie non avevano in realtà raggiunto il limite di 7 figli o lo avevano raggiunto solo includendo fra questi anche i partoriti morti, sia perchè trattavasi di famiglie illegittime.

Le elaborazioni eseguite finora per 34 Province hanno mostrato che la percentuale di eliminazione è all'incirca del $\frac{1}{2}$ per cento.

Ho già avuto occasione di riferire su taluni risultati, specialmente importanti, di tale rilevazione e particolarmente su quelli che concernono i rapporti tra prolificità e mortalità, tra prolificità e nuzialità, tra prolificità, mortalità infantile ed età della madre.

(1) In questo numero sono comprese anche le famiglie numerose ottenute da più letti, le quali nelle successive elaborazioni — eccezion fatta per le tavole I e II — sono state invece escluse in quanto meritano di essere considerate a parte.

Una prima relazione, riguardante i risultati ottenuti per 11 Province, fu presentata nel settembre 1929 al II Congresso Italiano di Genetica ed Eugenica. Successivamente l'indagine fu estesa a 34 Province e i risultati furono esposti in una conferenza tenuta in Roma il 27 febbraio 1931 ad invito dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni e ripetuta poi all'Università di Ginevra il 23 marzo 1931.

Lo studio dei rapporti tra prolificità od ordine di generazione e nuzialità venne poi esteso ad altre 25 Province ed i risultati ottenuti per il complesso delle 59 Province formano oggetto di due relazioni dai titoli: *Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali* e *Un nuovo fattore di selezione matrimoniale? l'ordine di generazione*, che ho pure presentate a questo Congresso.

* * *

2. Nella presente relazione, espongo altri dati, finora inediti, tutti relativi a 34 Province.

Per ognuno dei 18 Compartimenti fu considerata la provincia che ha per capoluogo la città principale del Compartimento e, salvo nell'Umbria e nella Basilicata, anche un'altra provincia. Questa fu generalmente la provincia a più alta natalità, fatta eccezione della Venezia Giulia, in cui venne considerata la provincia di Gorizia, in ragione della maggiore percentuale di popolazione allogena. Per questa stessa ragione fu considerata nella Venezia Tridentina, la provincia di Bolzano.

Le 34 Province considerate sono pertanto le seguenti: Bolzano, Trento, Bergamo, Milano, Torino, Cuneo, Gorizia, Trieste, Venezia, Rovigo, Ferrara, Bologna, Genova, Spezia, Massa e Carrara, Firenze, Pesaro e Urbino, Ancona, Perugia, Chieti, Campobasso, Roma, Frosinone, Napoli, Avellino, Bari, Lecce, Potenza, Cosenza, Reggio di Calabria, Palermo, Caltanissetta, Nuoro, Cagliari.

* * *

3. La Tavola I contiene il numero medio dei figli delle famiglie numerose, distinti secondo 12 categorie professionali, stabilite in base alla professione del capo-famiglia, e secondo le zone di pianura, di collina e di montagna. Si noti come il numero medio dei figli varî poco dall'una all'altra categoria professionale. La media generale è di 8,77 nel complesso del Regno. Essa si innalza a 8,87 nella zona di pianura, e 8,80 nella zona di montagna, mentre si abbassa a 8,66 nella zona di collina. Le medie più basse sono toccate dagli addetti

Numero medio dei figli delle famiglie numerose in ogni singola categoria professionale.

N. d'ordine	CATEGORIE PROFESSIONALI	PIANURA		COLINA		MONTAGNA		COMPLESSO	
		Numero medio dei figli	Numero medio d'ordine						
9	Professioni ed arti liberali, onto	8,56	10	8,76	4	9,0210	4	8,75	6
10	Ufficiali, impiegati, pensionati	8,66	9	8,56	11	8,790	9	8,63	11
12	Condizioni non professionali	8,55	11	8,71	5	8,82	6	8,67	9
2	Industriali e commercianti	9,00	3	8,916	2	9,0214	3	8,96	3
3	Venditori, esercenti, rappresentanti	9,04	2	8,918	1	9,13	1	9,01	1
5	Addetti ai trasporti ed affini	8,68	8	8,62	10	8,69	12	8,66	10
8	Addetti all'Esercito, alla Marina, all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali)	8,49	12	8,53	12	8,793	8	8,56	12
7	Personale subalterno dello Stato ed Enti pubb.	8,83	5	8,70	6	8,93	5	8,79	4
6	Persone di servizio e di fatica	8,80	6	8,65	7	8,78	10	8,73	7
11	Proprietari e benestanti	9,08	1	8,90	3	9,03	2	8,98	2
4	Operai	8,72	7	8,636	8	8,75	11	8,69	8
1	Agricoltori di ogni specie	8,98	4	8,635	9	8,80	7	8,78	5

all'Esercito, alla Marina e all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali) nella zona di pianura (8,49) e di collina (8,53), dagli addetti ai trasporti ed affini (8,69) nella zona di montagna; le più alte, dai proprietari e benestanti nella zona di pianura (9,08) e dai venditori esercenti e rappresentanti nella zona di collina (8,92) e di montagna (9,13). Le differenze che si osservano dall' una all' altra categoria professionale, per quanto lievi, debbono riguardarsi in buona parte come significative, in quanto spesso si ripetono regolarmente nelle tre zone.

L'indice di cograduazione è, infatti:

tra la zona di pianura e la zona di collina = + 0,42;
 tra la zona di collina e la zona di montagna = + 0,72;
 tra la zona di pianura e la zona di montagna = + 0,44.

Nelle relazioni precedenti, ho potuto indicare la frequenza delle famiglie numerose per le varie categorie professionali, istituendo il rapporto tra le famiglie con 7 o più figli rilevate nel 1928 e il totale delle famiglie censite nel 1921. Al fine di ottenere la necessaria comparabilità coi dati del censimento del 1921, ho dovuto però raggruppare le 12 categorie in 8, riunendo i venditori, esercenti e rappresentanti con gli industriali e commercianti, e facendo una sola categoria delle persone di servizio e di fatica, del personale subalterno dello Stato ed Enti pubblici, degli addetti all'Esercito, alla Marina, e all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali) e degli addetti ai trasporti ed affini.

Tali frequenze sono esposte nella colonna 1^a della Tavola II, mentre nella colonna 2^a è indicato, per le 8 categorie professionali così ottenute, il numero medio dei figli. Queste medie differiscono lievemente da quelle della Tavola I, perchè, quelle della Tavola I sono basate sui dati definitivi, queste, invece, sui provvisori, per analogia con quanto si è dovuto fare nel calcolare le frequenze della colonna 1^a.

TAVOLA II.

CATEGORIE PROFESSIONALI	RAPPORTO percentuale delle famiglie con 7 o più figli (30-6-1928) alle famiglie censite nel 1921	NUMERO	
		medio dei figli	2
Agricoltori di ogni specie.....	23, 3	8, 79	
Operai	19, 8	8, 69	
Proprietari e benestanti.....	18, 4	8, 98	
Persone di servizio e di fatica.....	12, 7	8, 69	
Industriali e commercianti.....	7, 1	9, 01	
Condizioni non professionali.....	5, 5	8, 67	
Ufficiali, impiegati, pensionati.....	4, 5	8, 64	
Professioni ed arti liberali, culto	4, 1	8, 75	

Come si vede, non vi è relazione molto stretta tra la frequenza delle famiglie con 7 o più figli e il numero medio dei loro figli. L'indice di cograduazione risulta $= + 0,31$. Ciò conferma quanto ho avuto altra volta occasione di osservare che, cioè, la minore prolificità di certe categorie di popolazione di fronte a certe altre, non si accompagna sempre ad una minore frequenza delle famiglie straordinariamente prolifiche di fronte alle molto prolifiche (1).

Un'altra conferma si può ricavare dalla Tavola III, in cui sono indicati i dati analoghi, frequenza delle famiglie con 7 o più figli (col. 2) e numero medio dei loro figli (col. 3) per le singole provincie (2).

L'indice di cograduazione fra i dati delle colonne 2 e 3 è $= + 0,048$. Esso è così debole, che le due graduatorie possono praticamente riguardarsi come indipendenti.

Si sono anche aggiunte (col. 1) le medie dei coefficienti di natalità generale dei dieci anni 1909-13, 1922-26 per le singole provincie. Anche la relazione tra la loro altezza e il numero medio dei figli delle famiglie numerose risulta praticamente nulla (indice di cograduazione $= + 0,042$).

Neppure la relazione fra la frequenza delle famiglie numerose e il coefficiente di natalità risulta molto elevata; l'indice di cograduazione è $= + 0,21$ soltanto.

(1) *Indici di concentrazione e di dipendenza* — Biblioteca degli Economisti, Serie V, vol. XX, pag. 103.

(2) I dati delle colonne 1 e 2 non sono rigorosamente comparabili con quelli della colonna 3, in quanto che, mentre questi ultimi si riferiscono ai dati definitivi e alle circoscrizioni territoriali, quali erano al 1928, i dati della colonna 1 invece si riferiscono, salvo per le provincie di nuova formazione, alle circoscrizioni territoriali del 1921. Altrettanto si è dovuto fare per i dati della colonna 2, il numero delle famiglie con 7 o più figli al 1928 essendo ragguagliato al numero delle famiglie esistenti al 1921. È certo però che questa circostanza non altera sostanzialmente i risultati. È ancora da avvertire che, per le provincie di Bologna, Trento, Gorizia, Trieste, le medie alla colonna 1 si riferiscono solo ai coefficienti di natalità dei cinque anni 1922-26.

TAVOLA III.

PROVINCE	MEDIE dei coefficienti di natalità %/ nei dieci anni 1909-13, 1922-26	FREQUENZA percentuale delle famiglie con 7 o più figli		NUMERO MEDIO dei figli delle famiglie numerose
		1	2	
Bolzano	27,0	12,84	9,7	
Trento	27,9	21,7	8,998	
Bergamo	40,3	32,2	9,4	
Milano	27,1	15,9	8,93	
Torino	19,3	8,6	8,78	
Cuneo	25,9	19,0	8,85	
Gorizia	29,1	23,0	9,03	
Trieste	21,4	13,0	8,66	
Venezia	34,9	29,2	9,06	
Rovigo	40,0	34,7	8,797	
Ferrara	35,4	25,3	8,82	
Bologna	27,1	18,9	8,64	
Genova	21,6	10,1	8,61	
Spezia	24,9	16,64	8,44	
Massa e Carrara	32,9	26,6	8,69	
Firenze	24,6	17,1	8,4955	
Pesaro e Urbino	33,1	27,6	8,584	
Ancona	31,0	25,2	8,48	
Perugia	30,7	23,9	8,300	
Chieti	31,9	19,9	8,5129	
Campobasso	32,6	16,57	8,499	
Roma	29,9	16,07	8,528	
Frosinone	34,8	21,22	8,42	
Napoli	31,4	9,2	8,529	
Avellino	34,9	16,9	8,588	
Bari	35,9	14,8	8,68	
Lecce	37,2	18,6	8,4956	
Potenza	36,6	16,09	8,71	
Cosenza	34,1	14,3	8,586	
Reggio di Calabria	35,5	15,0	8,512	
Palermo	29,8	14,0	8,504	
Caltanissetta	33,6	12,79	8,77	
Nuoro	32,7	21,23	8,493	
Cagliari	31,9	18,7	8,301	

La Tavola IV contiene la frequenza delle famiglie numerose nelle varie categorie professionali per ciascuna delle 34 provincie. Come si vede subito, tale differenza varia moltissimo dall'una all'altra provincia, cosicchè diviene interessante cercare le cause che su di essa influiscono. Una di tali cause viene messa in luce dal confronto dei dati della Tavola IV con quelli della Tavola V, i quali ultimi ci indicano le percentuali che, per ogni singola provincia, rappresentano, sul totale, le famiglie delle varie categorie professionali secondo il censimento del 1921. Se si misura, per ogni singola categoria professionale, la relazione che passa tra la frequenza delle famiglie numerose nelle varie provincie e la percentuale che le famiglie complessive di codesta categoria rappresentavano, nel censimento del 1921, sul totale delle famiglie censite del Regno, si trova costantemente una sensibile relazione negativa. Gli indici di cograduazione risultano infatti i seguenti:

Agricoltori di ogni specie.....	— 0,273
Operai.....	— 0,408
Proprietari e benestanti.....	— 0,211
Persone di servizio e di fatica; addetti ai tra- sporti ed affini; ecc.....	— 0,464
Industriali e commercianti; venditori, esercenti, rappresentanti	— 0,415
Condizioni non professionali.....	— 0,436
Ufficiali, impiegati, pensionati	— 0,516
Professioni ed arti liberali, culto	— 0,429

Ciò sta a significare che, nelle provincie in cui una data categoria professionale è, rispetto alle altre provincie, scarsamente rappresentata, essa presenta una frequenza più elevata di famiglie numerose. Resta poi da spiegare tale relazione. Si potrebbe pensare che la più bassa percentuale della categoria professionale, se in parte può essere determinata da particolari circostanze locali, in parte stia a mostrare che la categoria professionale risulta effettivamente scarsa per la funzione sociale che essa è chiamata a compiere, cosicchè vi sia una maggiore domanda dei componenti di quella categoria e quindi minori ostacoli alla proliferazione e quindi maggior frequenza di famiglie numerose.

Rapporto percentuale delle famiglie numerose (1)

PROVINCIE (a)	Agricoltori di ogni specie	Operai	Proprietari e benestanti
Bolzano	20,3	18,7	7,3
Trento	28,6	28,2	5,9
Bergamo	47,2	29,1	49,6
Milano	40,3	15,0	5,2
Torino	18,2	6,5	3,3
Cuneo	24,6	18,1	10,8
Gorizia	27,5	27,5	36,40
Trieste	30,7	22,6	8,8
Venezia	48,5	27,4	11,6
Rovigo	36,0	63,7	85,9
Ferrara	19,3	67,6	66,7
Bologna	26,8	29,80	34,8
Genova	24,7	9,9	6,4
Spezia	31,0	15,3	19,8
Massa e Carrara	31,6	33,3	38,4
Firenze	29,2	20,8	13,6
Pesaro e Urbino	36,6	31,7	18,8
Ancona	42,2	21,16	13,7
Perugia	29,3	35,3	29,4
Chieti	20,4	39,8	36,35
Campobasso	15,7	40,6	42,9
Roma	24,3	21,21	21,9
Frosinone	23,4	29,78	32,1
Napoli	16,0	11,2	6,5
Avellino	16,2	36,8	36,5
Bari	16,7	23,1	13,8
Lecce	20,1	28,9	31,9
Potenza	16,3	34,4	25,68
Cosenza	15,0	22,7	25,0
Reggio di Calabria	15,2	27,7	25,67
Palermo	15,8	17,68	16,4
Caltanissetta	14,4	17,74	14,0
Nuoro	22,1	43,3	24,7
Cagliari	19,2	31,1	25,1

(a) Le provincie sono riportate alla circoscrizione territoriale del 1921, salvo per le provincie di Bolzano, Tr

(b) Trasporti ed affini, Esercito, Marina, Aeronautica (esclusi gli ufficiali) Personale subalterno dello Sta

(c) Venditori, esercenti, rappresentanti.

TAVOLA IV.

Famiglie (1921) nelle singole categorie professionali.

CATEGORIE PROFESSIONALI

ne di servizio di fatica (b)	Industriali e commercianti (c)	Condizioni non professionali	Ufficiali, impiegati, pensionati	Professioni ed arti liberali, culto
4,6	3,8	15,2	1,3	3,6
5,2	6,556	16,1	3,90	3,79
0,1	16,7	12,3	7,0	4,8
9,7	7,1	8,5	2,42	2,6
3,2	3,0	1,7	1,6	1,5
0,824	7,3	4,6	3,88	2,8
5,8	3,9	13,8	3,2	2,4
0,548	5,7	6,255	2,3	2,93
8,7	16,6	6,0	7,5	4,9
32,3	13,6	16,4	7,9	4,33
22,9	7,5	7,0	6,9	3,0
0,816	5,6	6,73	3,28	2,3
6,2	4,1	5,57	3,32	2,23
0,1	6,563	7,6	7,4	3,3
8,7	9,1	8,3	6,7	4,27
0,538	6,569	6,258	2,40	2,21
9,8	6,8	8,8	8,5	4,0
6,0	7,4	5,63	5,27	3,1
8,0	4,4	8,9	5,8	2,91
5,1	8,2	3,9	11,5	8,7
4,5	8,3	2,7	9,0	8,5
3,2	6,9	6,70	4,9	3,4
3,2724	7,2	4,8	9,7	5,6
8,3	7,0	3,8	5,28	3,80
3,4	8,4	2,0	9,8	9,69
4,4	8,9	3,0	8,16	7,99
0,3	8,145	1,8	8,24	8,01
9,4	8,061	1,27	7,23	11,1
7,1	7,7	1,32	7,1	9,4
7,0	7,8	3,7	8,1	7,3
6,7	6,7	15,3	7,17	5,9
5,96	6,5	0,8	6,5	3,5
2,5	9,3	5,5	10,3	9,68
3,2719	8,0	5,3	10,0	9,1

rieste, Spezia, Frosinone e Nuoro per le quali la circoscrizione territoriale è riportata alla data della loro creazione.
blici.

Percentuale delle famiglie (1921) nelle c

PROVINCE (a)	Agricoltori di ogni specie	Operai	Proprietari e benestanti
Bolzano	45,8	8,7	4,2
Trento.....	55,10	12,0	2,113
Bergamo	40,7	27,6	1,2
Milano	19,9	31,6	1,37
Torino.....	31,4	28,2	1,98
Cuneo	62,1	9,4	1,95
Gorizia	66,3	10,2	2,13
Trieste	11,4	25,4	1,76
Venezia.....	30,3	23,3	1,3
Rovigo	55,12	12,59	1,35
Ferrara.....	51,2	16,1	1,40
Bologna	37,0	19,2	1,6906
Genova	19,6	28,4	2,237
Spezia.....	27,2	30,5	1,63
Massa e Carrara	44,7	27,0	1,83
Firenze.....	31,5	23,5	2,3
Pesaro e Urbino	54,4	13,6	2,02
Ancona.....	42,1	17,5	1,6912
Perugia.....	55,8	13,4	2,6
Chieti	67,9	7,22	1,65
Campobasso	71,3	6,3	1,5
Roma	36,6	14,8	1,97
Frosinone.....	67,4	8,6	1,93
Napoli.....	16,6	23,1	2,40
Avellino	65,9	7,5	2,106
Bari	50,8	12,62	1,64
Lecce.....	56,1	12,2	2,244
Potenza	67,0	7,17	1,77
Cosenza	63,9	9,0	1,88
Reggio di Calabria	57,5	10,0	2,447
Palermo	40,1	15,6	2,8
Caltanissetta.....	53,1	17,0	1,96
Nuoro.....	65,2	7,9	3,5
Cagliari.....	52,6	13,8	3,9

(a) Le provincie sono alla circoscrizione territoriale del 1921, salvo per le provincie di Bolzano, Trento, Gorizia,

(b) Trasporti ed affini Esercito, Marina, Aeronautica (esclusi gli ufficiali) Personale subalterno dello Stato

(c) Venditori, esercenti, rappresentanti.

TAVOLA V.

e professionali per ogni singola provincia.

TEGORIE PROFESSIONALI

ne di servizio li fatica (b)	Industriali e commercianti (c)	Condizioni non professionali	Ufficiali, impiegati, pensionati	Professioni ed arti liberali, culto
8,8	17,9	1,9	8,70	4,0
4,90	14,0	2,4	6,7	2,84
7,4	11,90	3,29	5,1	2,78
14,2	14,8	2,5	12,1	3,5
9,90	12,153	3,31	9,7	3,32
5,1	11,8	3,078	3,90	2,6
2,4	12,8	1,1	3,62	1,5
18,4	15,1	3,49	21,1	3,34
16,83	12,3	2,9	10,18	2,88
9,7	13,5	2,3	3,84	1,6
8,9	12,41	2,64	5,3	2,06
12,6	12,61	3,46	10,1	3,33
16,78	12,38	3,76	13,6	3,2
13,9	9,0	2,56	12,8	2,4
6,1	9,98	3,0	5,18	2,2
11,9	14,2	3,4	10,22	3,0
7,1	11,87	3,80	4,3	2,947
11,4	12,55	3,687	8,2	2,79
4,7	13,0	3,091	4,9	2,5
4,53	9,8	3,690	3,3	1,93
3,9	9,4	3,082	2,5	2,02
12,9	12,1	3,6	14,2	3,8
4,49	9,7	3,34	2,8	1,77
18,8	16,4	5,230	12,7	4,8
4,8	11,39	3,14	2,9	2,3
9,93	11,3	7,3	4,4	2,13
8,3	10,7	4,5	3,87	2,077
4,95	10,04	4,7	2,4	1,99
5,9	9,6	4,6	3,0	2,083
7,5	12,150	4,9	3,61	1,88
12,2	12,5	5,3	8,73	2,83
6,0	8,2	8,1	3,79	1,80
4,1	9,5	5,192	3,2	1,4
6,4	11,43	5,185	5,0	1,7

rosinone e Nuoro per le quali la circoscrizione territoriale è riportata alla data della loro creazione.

* * *

4. I dati raccolti sulle famiglie numerose permettono anche di determinare la frequenza dei concepimenti prenuziali.

È da attendersi che i concepimenti prenuziali risultino notevolmente più frequenti nelle famiglie numerose che nelle altre, sia perchè le famiglie numerose non sono ugualmente assortite delle altre per professioni e classi sociali, reclutandosi più spesso dalle classi sociali basse e dalle professioni manuali, sia in quanto il fatto che la filiazione si sia iniziata prima delle nozze evidentemente facilita una prole numerosa.

I risultati ottenuti per le famiglie numerose non sono pertanto rappresentativi di quelli che si potrebbero ottenere per tutto il Regno, ma permettono, in ogni modo, osservazioni interessanti.

È da ricordare, a questo proposito, che l'inchiesta sulle famiglie numerose, mentre indica la data esatta, in anni, mesi e giorni, del matrimonio, indica solo l'anno della nascita dei figli. Non è quindi possibile stabilire l'intervallo esatto tra il matrimonio e la nascita del primogenito. Si possono, però, distinguere i matrimoni a seconda che hanno dato luogo alla nascita del primogenito in un anno di calendario precedente a quello del matrimonio, o nello stesso anno del matrimonio, questo essendo stato celebrato negli ultimi 9 mesi (nei quali casi il primogenito — salvo l'ipotesi di un parto prematuro — è evidentemente frutto di una concezione prenuziale) oppure hanno dato luogo alla nascita del primogenito nello stesso anno del matrimonio, questo essendo stato celebrato nel primo trimestre dell'anno, o nell'anno di calendario successivo a quello del matrimonio (nei quali casi il primogenito può essere il frutto di una concezione prenuziale o post-nuziale) o, infine, hanno dato luogo alla nascita del primogenito nel secondo anno di calendario dopo quello del matrimonio o in un anno successivo (nel qual caso il primogenito sicuramente è frutto di una concezione in corso di matrimonio).

Nella Tavola VI sono indicate le percentuali di queste varie categorie di matrimoni, sia per le 34 Province nel loro complesso, sia, separatamente, per le zone di montagna, di collina e di pianura che in esse rientrano.

Da ricerche eseguite sopra i primogeniti nati nel 1927 secondo il mese della loro nascita e quello del matrimonio da cui essi provengono, si può stabilire che una metà circa dei primogeniti nati in un

anno di calendario dai matrimoni celebrati nei primi tre mesi dello stesso anno, è il frutto di concezioni prenuziali; e che, d'altra parte, frutto di concezioni prenuziali è il 15 % all'incirca dei nati vivi nell'anno di calendario successivo a quello del matrimonio (1).

TAVOLA VI.

ZONE	PERCENTUALI DEI MATRIMONI				
	che hanno avuto il primogenito				
	in un anno precedente a quello del matrimonio	nello stesso anno del matrimonio avendo celebrato il matrimonio negli ultimi 9 mesi dell'anno	nello stesso anno del matrimonio avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno	nell'anno successivo	due o più anni d'opo
Montagna	10,0	7,3	11,3	52,4	19,1
Collina	7,8	7,0	11,5	53,9	19,7
Pianura	10,4	8,8	13,6	49,3	17,9
IN COMPLESSO	9,3	7,6	12,2	52,0	18,9

Scindendo, in base a queste percentuali, i dati delle colonne 3 e 4, si ottengono quelli della Tavola VII, i quali mostrano che poco meno del 31 % dei primogeniti nati vivi nelle famiglie numerose proviene, nelle 34 provincie considerate, da concezioni prenuziali e poco più del 69 % da concezioni in corso di matrimonio.

La percentuale delle concezioni prenuziali risulta alquanto più elevata della media nelle zone di pianura, ed alquanto più bassa nelle zone di collina. Queste differenze possono dipendere dalle notevoli diversità che le percentuali presentano da provincia a provincia.

Nella Tavola VIII sono esposte le percentuali per ognuna delle 34 Province considerate, secondo l'ordine decrescente della percentuale delle concezioni prenuziali.

(1) Cfr. la relazione presentata a questo stesso Congresso: *Sulle relazioni fra le oscillazioni mensili del numero dei matrimoni e quelle del numero delle nascite, e sulle variazioni mensili delle fecondità matrimoniali*, § 9 bis.

Questa varia enormemente discendendo da un massimo di circa i $\frac{2}{3}$, nella provincia di Ferrara, ad un minimo del 17 % in quella di Potenza. Seconda, dopo Ferrara, viene Rovigo, in cui la percentuale supera pur sempre il 50 % e Bologna in cui raggiunge il 47 %, mentre le percentuali più basse si trovano nell'Italia Meridionale e nella Sicilia, da una parte, e anche nel Piemonte (Cuneo) dall'altra. Le più elevate si riscontrano nell'Emilia, nella Venezia Giulia ed Euganea e nell'Italia Centrale.

Il cartogramma che segue permette di abbracciare a colpo d'occhio la distribuzione del fenomeno.

TAVOLA VII.

ZONE	TOTALE	PERCENTUALI DEI MATRIMONI								TOTALE	
		IMPURI				PURI					
		che hanno avuto il primogenito		che hanno avuto il primogenito		nell'anno successivo		due o più anni dopo			
		nello stesso anno del matrimonio avendo celebrato il matrimonio negli ultimi 9 mesi dell'anno	nello stesso anno del matrimonio avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno	nello stesso anno del matrimonio avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno	nello stesso anno del matrimonio avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno	nello stesso anno successivo	nell'anno successivo	due o più anni dopo	a quello del matrimonio		
Montagna	30,8	10,0	7,3	5,6	7,9	5,6	44,5	19,1	69,2		
Collina	28,7	7,8	7,0	5,8	8,1	5,8	45,8	19,7	71,3		
Pianura	33,4	10,4	8,8	6,8	7,4	6,8	41,9	17,9	66,6		
IN COMPLESSO	30,8	9,3	7,6	6,1	7,8	6,1	44,2	18,9	69,2		

La percentuale delle concezioni prenuziali cresce con notevole regolarità col crescere del numero dei figli della famiglia. Ciò risulta vero sia per le zone di montagna, sia per quelle di collina che per quelle di pianura.

Le variazioni sono bene messe in luce nella Tavola IX; in essa furono raggruppate le famiglie con oltre 15 figli a causa del numero limitato delle osservazioni.

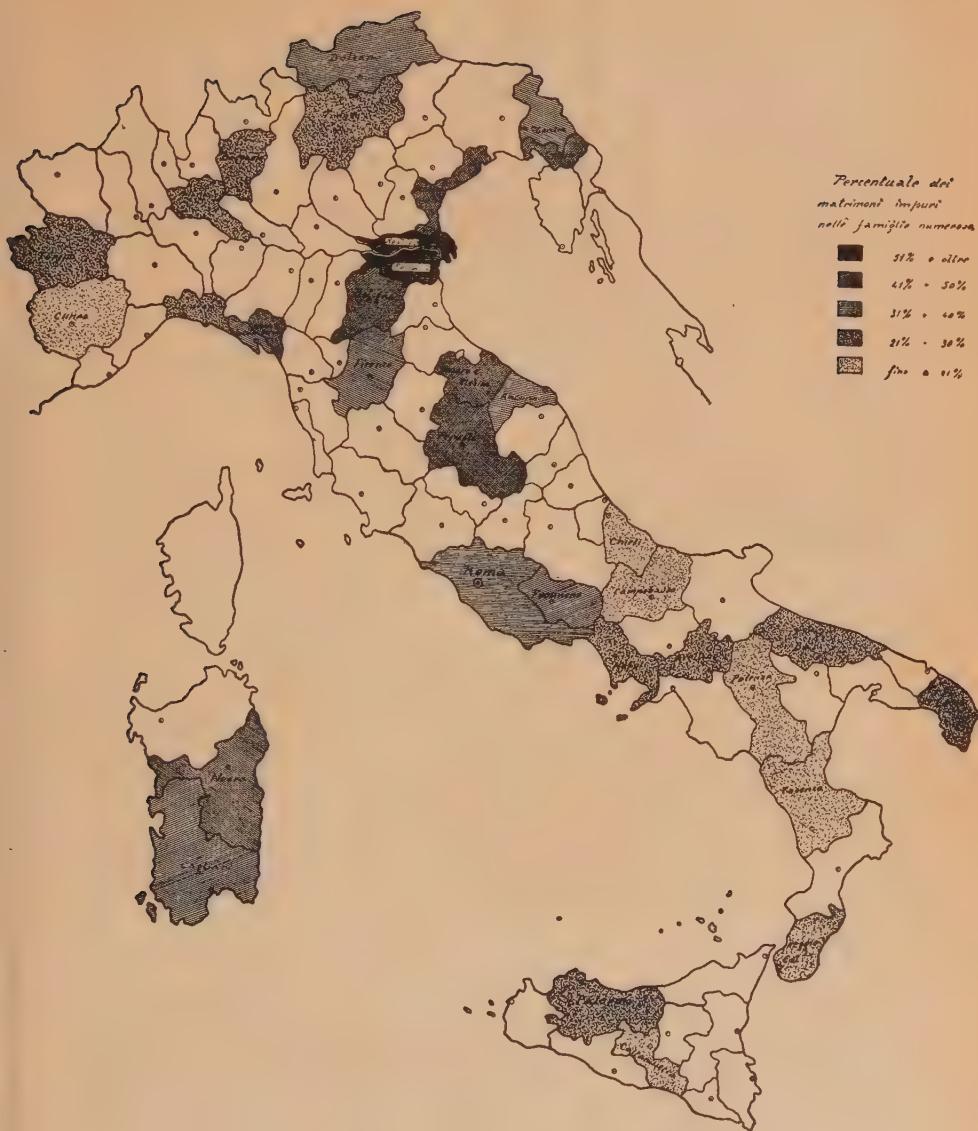


TAVOLA VIII.

PROVINCIE	TOTALE	PERCENTUALI DEI MATRIMONI								TOTALE	
		IMPURI				PURI					
		che hanno avuto il primogenito		che hanno avuto il primogenito		nello stesso anno del matrimonio, avendo celebrato il matrimonio negli ultimi 9 mesi dell'anno		nello stesso anno del matrimonio, avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno			
		in un anno precedente a quello del matrimonio	nello stesso anno del matrimonio, avendo celebrato il matrimonio negli ultimi 9 mesi dell'anno	nello stesso anno del matrimonio, avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno	nell'anno successivo a quello del matrimonio	nello stesso anno del matrimonio, avendo celebrato il matrimonio negli ultimi 9 mesi dell'anno	nello stesso anno del matrimonio, avendo celebrato il matrimonio nei primi 3 mesi dell'anno	nell'anno successivo nell'anno successivo	due o più anni dopo a quello del matrimonio		
Ferrara	66,5	41,3	17,1	4,6	3,5	4,6	19,9	9,0	33,5		
Rovigo	53,5	25,4	17,0	6,2	4,9	6,2	27,7	12,6	46,5		
Bologna	46,9	17,4	16,7	6,7	6,1	6,7	34,6	11,8	53,1		
Trieste	46,0	19,6	13,3	7,1	6,0	7,1	33,8	13,1	54,0		
Pesaro e Urbino .	45,9	20,6	13,2	5,9	6,2	5,9	35,1	13,1	54,1		
Venezia	44,7	13,7	17,6	7,2	6,2	7,2	34,9	13,2	55,3		
Massa e Carrara .	43,4	21,0	10,8	5,3	6,3	5,3	36,0	15,3	56,6		
Perugia	42,1	17,3	12,3	5,7	6,8	5,7	38,5	13,7	57,9		
Roma	38,3	16,8	8,0	6,2	7,3	6,2	41,5	14,0	61,7		
Frosinone	37,3	19,6	5,6	5,1	7,0	5,1	39,6	18,0	62,7		
Cagliari	36,3	10,4	12,6	5,9	7,4	5,9	41,7	16,1	63,7		
Nuoro	36,1	13,2	10,9	4,7	7,3	4,7	41,6	17,6	63,9		
Firenze	35,9	7,4	14,0	6,7	7,8	6,7	44,1	13,3	64,1		
Ancona	34,9	9,8	11,5	5,8	7,8	5,8	44,1	15,2	65,1		
Bolzano	32,8	8,5	7,1	8,9	8,3	8,9	46,9	11,4	67,2		
Gorizia	32,1	6,8	9,2	8,4	7,7	8,4	43,8	15,7	67,9		
Spezia	31,0	9,7	8,5	5,2	7,6	5,2	43,3	20,5	69,0		
Lecce	26,8	4,5	7,7	5,7	8,9	5,7	50,7	16,8	73,2		
Palermo	26,4	8,9	5,0	4,4	8,1	4,4	45,8	23,4	73,6		
Bergamo	25,1	2,5	4,7	9,5	8,4	9,5	47,6	17,8	74,9		
Trento	24,8	2,8	5,0	7,8	9,2	7,8	52,4	15,0	75,2		
Milano	24,1	3,1	3,4	9,5	8,1	9,5	45,7	20,7	75,9		
Torino	23,9	3,1	5,2	6,7	8,9	6,7	50,1	19,3	76,1		
Genova	23,4	4,8	5,0	4,6	9,0	4,6	51,3	20,7	76,6		
Bari	22,6	4,0	4,3	5,6	8,7	5,6	49,0	22,8	77,4		
Napoli	21,5	4,1	3,6	4,7	9,1	4,7	51,4	22,4	78,5		
Avellino	21,4	3,3	3,6	5,4	9,1	5,4	51,5	21,7	78,6		
Cuneo	20,9	2,9	3,5	5,7	8,8	5,7	49,7	23,7	79,1		
Reggio di Calabria	20,3	5,3	2,6	3,6	8,8	3,6	49,6	26,5	79,7		
Chieti	20,1	4,5	4,3	3,5	7,8	3,5	44,5	31,9	79,9		
Cosenza	19,3	5,0	2,3	3,2	8,8	3,2	49,7	27,8	80,7		
Campobasso . . .	18,7	3,7	2,7	4,0	8,3	4,0	46,8	30,5	81,3		
Caltanissetta . . .	17,7	3,6	2,5	2,8	8,8	2,8	50,0	29,5	82,3		
Potenza	17,2	3,0	1,9	3,7	8,6	3,7	49,0	30,1	82,8		

* * *

5. Nelle precedenti relazioni, in cui abbiamo esposto i primi risultati ottenuti dall'indagine sulle famiglie numerose, è stata ampiamente esaminata l'influenza che sulla mortalità della prole esercita l'età della madre, sia al matrimonio, sia alla nascita dei figli. Abbiamo in tale esame considerati separatamente i vari gruppi di famiglie distinte secondo il numero dei figli.

TAVOLA IX.

FAMIGLIE	MONTAGNA		COLLINA		PIANURA		IN COMPLESSO	
	PERCENTUALI DEI MATRIMONI							
	impuri	puri	impuri	puri	impuri	puri	impuri	puri
con 7 figli	29,6	70,4	27,3	72,7	31,2	68,8	29,1	70,9
» 8 »	29,8	70,2	28,2	71,8	32,6	67,4	30,0	70,0
» 9 »	31,0	69,0	29,0	71,0	33,4	66,6	31,0	69,0
» 10 »	32,2	67,8	29,8	70,2	34,7	65,3	32,1	67,9
» 11 »	33,1	66,9	30,5	69,5	36,6	63,4	33,4	66,6
» 12 »	34,1	65,9	32,0	68,0	36,8	63,2	34,4	65,6
» 13 »	33,5	66,5	32,5	67,5	38,3	61,7	35,1	64,9
» 14 »	33,5	66,5	34,4	65,6	39,1	60,9	36,1	63,9
» 15 »	35,1	64,9	34,4	65,6	39,9	60,1	36,8	63,2
» 16 e più figli . . .	40,5	59,5	36,8	63,2	41,0	59,0	39,6	60,4
TOTALE . . .	30,8	69,2	28,7	71,3	33,4	66,6	30,8	69,2

Ricerche precedenti per popolazioni complessive, eseguite da noi e da altri autori, autorizzavano la conclusione che la sopravvivenza dei figli risulta favorita quando l'età della madre alla nascita è compresa fra 20 e 30 anni, e di conseguenza quando l'età al matrimonio è inferiore a 20 anni, perchè, in questo caso, maggiore risulta il numero dei figli che nasce nel suddetto intervallo (1).

(1) Questa mi sembra anche l'interpretazione più verosimile da darsi ai dati del censimento inglese del 1911 (cfr. *Census of England and Wales, volume XIII, Fertility of Marriage*, parte II, 1923).

Le ricerche, invece, eseguite sulle famiglie numerose non mostravano, nelle famiglie con un dato numero di figli, alcun aumento della mortalità al disotto dei 5 anni col crescere dell'età della madre alla nascita di ciascun figlio ma, anzi, spesso, una certa diminuzione. La mortalità infantile, d'altra parte, cresceva, col crescere dell'età della madre al matrimonio. Quest'ultimo risultato veniva però a perdere di significato per il fatto che l'età più elevata della madre al matrimonio nelle famiglie numerose non significa molto spesso un inizio più tardivo della prolificazione, ma solamente un più lungo periodo di nascite prenuziali. Appariva pertanto consigliabile una classificazione dei nati, anziché secondo l'età della madre al matrimonio, secondo l'età della madre alla nascita del primogenito.

Il censimento in parola fornisce i dati sui saggi di mortalità dei figli alla data del censimento secondo l'età della madre alle nozze e secondo la durata del matrimonio.

Dopo di aver eliminato, per quanto è possibile, l'influenza della classe sociale e del numero dei figli, appare che la mortalità infantile per tutte le durate del matrimonio, va crescendo col crescere dell'età della madre, a partire dalle madri sposatesi a 20-29 anni. Vi è una sola eccezione, per i figli delle madri sposatesi a 15-19 anni, i quali presentano, bensì, rispetto ai figli delle madri sposatesi più tardi, un saggio minimo di mortalità quando la durata del matrimonio non è molto breve (e cioè per le durate superiori a 10 anni per i minatori e per i lavoratori agricoli e per quelle superiori ai 25 anni per i carrettieri, vetturini e conducenti), ma, per le durate di matrimonio più brevi, offrono invece saggi di mortalità più elevati di quelli trovati quando la madre si è sposata più tardi.

L'estensore della relazione Dr. T. H. C. STEVENSON interpreta questi risultati nel senso che le madri troppo giovani sono inesperte dell'allevamento della prole e determinano quindi una mortalità più elevata dei figli nei primi anni del matrimonio. Tale eccesso di mortalità verrebbe poi compensato dalla bassa mortalità di questi stessi figli nelle età più elevate (cfr. pagg. LIII, LIX, LX).

Se non che i risultati suesposti sembrano a me potersi spiegare altrettanto bene, e anzi con maggiore verosimiglianza, ammettendo che la resistenza dei figli delle madri sposatesi giovanissime sia minore per i nati nei primi anni di matrimonio, quando queste madri sono ancora al disotto dell'età più favorevole alla riproduzione, ma venga poi compensata, per l'insieme della prole, dalla minore mortalità, non degli stessi figli nelle età più elevate, ma dei figli successivi, nati dalle stesse madri durante il periodo più favorevole alla riproduzione.

Osservando i dati del censimento inglese, ho notato altresì che, quando i nati delle madri sposatesi sotto 20 anni sono molto numerosi (almeno 9 o 10), allora la maggiore mortalità dei loro figli, in confronto a quella delle madri sposatesi a 20-24 anni, non persiste al di là di una certa durata di matrimonio (oltre 25 anni), neppure sui dati da cui non è stata eliminata l'influenza della classe, mentre, quando i nati sono in numero inferiore, essa persiste anche per le durate di matrimonio superiori (cfr. Tavole a pag. 4-41). Ora questi fatti si accordano con la spiegazione mia piuttosto che con quella dell'estensore della relazione, in quanto essi appunto fanno pensare che la compensazione, a cui si è accennato, nella mortalità della prole complessiva delle madri sposatesi giovanissime, avviene, non per una minore mortalità dei primi nati nelle età più avanzate, ma per una minore mortalità dei nati successivi.

Questa classificazione si è potuta fare per 14 Province, e precisamente per le provincie di Bolzano, Trento, Gorizia, Bergamo, Milano, Trieste, Ferrara, Bologna, Genova, Spezia, Perugia, Chieti, Campobasso, Potenza.

D'altra parte, per tutte le 34 Province, si poterono classificare i dati sui nati e sui morti nell'infanzia, non solo secondo l'età della madre, ma anche secondo l'età del padre alla nascita di ciascun figlio, e quindi eliminare, dall'influenza dell'età di un genitore, l'influenza dell'età dell'altro.

Queste nuove ricerche sembrano gettare qualche luce sopra il complesso argomento.

Consideriamo anzitutto i coefficienti di mortalità sotto 5 anni secondo l'età della madre alla nascita di ciascun figlio per il complesso dei nati (Tavola X, col. 1): essi mostrano un massimo di mortalità

TAVOLA X.

ETÀ DELLA MADRE O DEL PADRE	PROBABILITÀ DI MORIRE SOTTO 5 ANNI SECONDO L'ETÀ DEI GENITORI ALLA NASCITA DI CIASCUN FIGLIO							
	secondo l'età della madre				secondo l'età del padre			
	Coeffienti di mortalità %		Numeri indici eliminata l'influenza		Coeffienti di mortalità %		Numeri indici eliminata l'influenza	
	Osservati	Calcolati eliminando l'influenza del nu- mero dei figli	dell'età del padre	dell'età del padre e del numero dei figli	Osservati	Calcolati eliminando l'influenza del nu- mero dei figli	dell'età della madre	dell'età della madre e del numero dei figli
	1	2	3	4	5	6	7	8
-20	24,9	24,3	103,1	100,2	23,6	23,9	97,0	98,9
20-24	23,9	23,9	99,6	98,6	24,5	24,6	102,1	102,8
25-29	23,4	23,6	98,5	98,8	24,1	24,3	101,8	102,4
30-34	23,5	23,7	99,8	100,3	23,6	23,8	100,3	100,6
35-39	23,8	23,7	101,6	101,9	23,5	23,6	99,8	99,8
40-44	23,8	23,3	101,7	101,4	23,4	23,2	98,6	98,2
45-49	24,2	23,4	103,5	102,0	23,4	22,8	98,2	96,9
50-54					23,4	22,6	98,1	96,4
55-59	24,3	23,7	103,1	102,3	23,9	23,2	100,1	99,1
60 e oltre					23,2	22,9	96,9	97,3
Non indicata	20,6	20,8	—	—	20,0	20,8	—	—
TOTALE...	23,7	23,7	—	—	23,7	23,7	—	—

quando la madre ha meno di 20 anni; la mortalità discende poi rapidamente col crescere dell'età fino a toccare un minimo quando questa è di 25-29 anni, per risalire quindi gradualmente e toccare un altro massimo quando l'età della madre raggiunge o supera i 50 anni. Se noi consideriamo invece i coefficienti corrispondenti ai singoli gruppi di famiglie (con 7, con 8, con 9 figli, ecc.), e ne facciamo poi la media (una media ponderata, in cui si attribuisce a tutti i coefficienti per le famiglie con un certo numero di figli lo stesso peso, corrispondente al numero totale dei figli di tale gruppo) otteniamo i coefficienti indicati alla col. 2 da cui è eliminata l'influenza del numero dei figli. Essi confermano la conclusione a cui eravamo arrivati nelle precedenti ricerche, in quanto presentano il massimo nel gruppo delle età più basse e i minimi nelle età elevate di 40-44 e 45-49 anni.

Quando, invece, viene eliminata l'influenza dell'età del padre, i risultati appaiono notevolmente diversi, sia dai dati osservati, sia, e più da quelli calcolati eliminando l'influenza del numero dei figli. La col. 3 contiene gli indici che misurano l'altezza della mortalità sotto 5 anni. In essi il primo massimo, corrispondente alle età giovanili, si attenua in confronto del secondo massimo corrispondente alle età senili, che viene però a cadere, non più nel gruppo di età di 50 e più anni, come nei dati osservati, ma in quello di 45-49 anni.

La Tavola XI contiene gli indici analoghi a quelli della col. 3, Tavola X, eliminata l'influenza dell'età del padre per i singoli gruppi di famiglie, distinti secondo il numero dei figli. Si sono soltanto riuniti in un solo, i gruppi di famiglie con 16, 17, 18, 19, 20 figli, dato lo scarso numero dei casi che in ciascuno di essi rientrano. Questi dati mostrano che il massimo s'incontra quasi sempre in corrispondenza delle classi di età più elevate; per un solo gruppo di famiglie (con 11 figli), esso si verifica in corrispondenza della classe di età minima. A prescindere dai coefficienti molto bassi che si verificano nel gruppo più elevato di età per le famiglie con 13 o più figli (e a cui non pare doversi attribuire importanza dato il numero limitato delle osservazioni), è sempre in corrispondenza ai gruppi di 20-24 e di 25-29 anni che si presenta il minimo.

Se si esegue la media ponderata dei vari indici così trovati per uno stesso gruppo di età nei diversi gruppi di famiglie, attribuendo ad ogni indice un peso proporzionale al numero dei nati a cui si riferisce (ciò che equivale ad eliminare contemporaneamente l'influenza dell'età del padre e del numero dei figli), si ottengono i numeri indici esposti

nella col. 4 della Tavola X. Questi mostrano un andamento sensibilmente diverso da quello delle colonne precedenti. Anzitutto le differenze si sono notevolmente ridotte. L'indice minimo di mortalità rispondente al gruppo di età di 20-24 anni, seguito però a breve distanza dall'indice corrispondente al gruppo successivo di 25-29 anni. Il primo massimo, corrispondente alle madri al disotto di 20 anni, è quasi completamente scomparso; mentre al disopra di 29 anni l'indice della mortalità cresce abbastanza regolarmente, presentando il massimo quando l'età della madre raggiunge o supera i 50 anni.

TAVOLA XI.

Numeri indici della probabilità di morire sotto 5 anni secondo l'età della madre alla nascita di ciascun figlio eliminata l'influenza dell'età del padre.

ETÀ DELLA MADRE	NUMERO DEI FIGLI DELLA FAMIGLIA									
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16-20
— 20	96,4	97,0	101,9	101,7	104,6	101,8	103,4	97,5	100,2	93,9
20-24	98,8	99,1	98,5	98,6	98,8	98,1	96,8	97,8	97,8	95,4
25-29	99,2	99,0	98,9	98,9	98,1	97,8	97,7	97,2	95,0	98,4
30-34	100,2	100,4	100,2	100,4	100,1	99,7	99,7	100,3	102,9	100,9
35-39	101,9	101,4	101,2	101,6	102,5	102,7	104,1	103,6	102,2	103,5
40-44	101,6	100,5	101,2	100,5	101,0	103,7	103,0	105,4	104,3	102,2
45-49	103,0	104,7	105,4	104,7	98,7	98,3	94,5	90,5	98,0	107,3
50 e oltre	102,7	110,4	105,9	104,7	102,5	100,0	91,1	68,9	75,7	91,1

Questi risultati concordano sostanzialmente con quelli raggiunti nelle precedenti ricerche sopra l'influenza dell'età della madre sulla sopravvivenza dei figli in popolazioni complessive, ma rivelano, per le famiglie numerose, un'influenza dell'età della madre molto attenuata. Ciò sta a confermare la conclusione, a cui eravamo arrivati nelle relazioni precedenti, che le famiglie numerose costituiscono un gruppo di famiglie contraddistinto dalla proprietà che il potere riproduttivo e la vitalità dei nati non diminuiscono essenzialmente col crescere dell'età della madre, come avviene nella popolazione generale.

Questa conclusione è confermata anche dal confronto tra l'influenza dell'età della madre e quella, che ora passiamo ad esaminare, dell'età del padre, poichè, mentre nella popolazione generale, l'influenza dell'età della madre è di molto prevalente su quella dell'età del padre, nelle famiglie numerose, invece, l'influenza dell'età del padre appare più intensa.

I coefficienti di mortalità sotto 5 anni osservati presentano un massimo quando il padre ha 20-24 anni e diminuiscono poi abbastanza regolarmente fino a toccare il minimo quando il padre ha più di 60 anni (Tav. X, col. 5); nè i risultati variano essenzialmente se si elimina l'influenza dell'età della madre (col. 7): risultato da prevedersi, data la lieve influenza che l'età della madre, come si è visto, esercita sopra la mortalità infantile.

La Tavola XII contiene i numeri indici analoghi a quelli della col. 7, Tavola X, calcolati eliminando l'influenza dell'età della madre, ma separatamente per i singoli gruppi di famiglie distinte secondo la prolificità. È manifesta la tendenza del massimo ad avverarsi in corrispondenza ad un gruppo di età giovanili e del minimo a verificarsi in corrispondenza ad un gruppo di età elevate.

TAVOLA XII.

Numeri indici della probabilità di morire sotto 5 anni secondo l'età del padre alla nascita di ciascun figlio eliminata l'influenza dell'età della madre.

ETÀ DEL PADRE	NUMERO DEI FIGLI DELLA FAMIGLIA									
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16-20
-20	89,0	104,2	110,8	94,0	94,3	98,0	98,8	100,0	111,5	100,0
20-24	102,1	102,2	101,8	104,5	101,7	105,8	104,3	103,3	102,9	107,1
25-29	103,4	102,3	102,5	101,4	101,8	102,1	102,5	102,6	103,4	103,9
30-34	100,4	101,0	100,8	100,6	100,9	100,4	99,9	100,6	99,2	98,3
35-39	98,7	99,5	100,0	100,5	100,7	100,3	100,3	101,1	99,2	98,7
40-44	97,0	97,5	98,0	98,1	98,9	99,6	100,2	98,8	100,7	102,8
45-49	97,1	97,0	96,5	97,1	96,9	95,9	96,8	97,4	99,0	97,5
50-54	96,7	97,1	98,9	96,7	95,1	94,5	92,0	94,9	93,2	94,2
55-59	101,3	99,1	99,5	99,7	95,9	101,5	100,2	91,0	97,8	90,7
60 e oltre	107,7	101,1	94,4	94,2	93,2	86,6	98,9	88,0	103,1	96,7

Se si eseguono le medie ponderate di detti indici, si perviene agli indici esposti nella col. 8 della Tavola X che mettono in luce l'influenza dell'età del padre, eliminata ad un tempo l'influenza dell'età della madre e del numero dei figli (1). Il massimo si verifica in corrispondenza delle età di 20-24 anni, dopo le quali l'indice discende regolarmente per toccare un minimo in corrispondenza del gruppo di 50-54 anni e presentare in seguito un rialzo. Il gruppo sotto 20 anni resta inferiore alla media. Il verificarsi del massimo della mortalità infantile, in corrispondenza del gruppo 20-24 anni, risulta in piena armonia con i risultati concordanti, a cui mi avevano condotto anni or sono varie ricerche (2). Come allora avevo notato, la spiegazione più verosimile di tale massimo consiste nella frequenza delle malattie veneree in questo

(1) Data la lieve influenza dell'età della madre, l'andamento generale di questi indici differisce di poco da quello dei coefficienti di mortalità ottenuti eliminando solo il numero dei figli (col. 6) : la differenza si verifica nel senso che, per questi indici, risultano meno sfavorevoli i coefficienti per le età basse e meno favorevoli quelli per le età elevate.

(2) Cfr. *Contributi statistici ai problemi dell'eugenica*, in « *Rivista Italiana di Sociologia* », maggio-agosto 1912, pagg. 353-365.

Anche i dati del censimento inglese del 1911 possono riguardarsi come concordanti coi risultati da noi ottenuti. Dopo di avere infatti eliminato, per quanto è possibile, l'influenza delle classi sociali (cfr. pag. LVII della relazione sopra citata) oppure ad un tempo quella delle classi sociali e dell'età della madre (pag. LXIV), tali dati, mostrano, in generale, una mortalità dei figli superiore quando il padre si è sposato a 15-24 anni che quando si è sposato a 25-29 anni. Per gli sposi più tardivi, la mortalità dei figli cresce, invece, col crescere dell'età al matrimonio.

Disgraziatamente i dati del censimento inglese non distinguono il gruppo dei padri sposatisi a 15-20 anni da quelli sposatisi da 20 a 25 anni. Ciò non permette di riscontrare se, anche nel confronto tra questi due gruppi di età, i risultati del censimento inglese si accordano con quelli da noi ricavati da varie ricerche.

Se tale distinzione fosse possibile, essa permetterebbe anche di decidere, in modo definitivo, della verosimiglianza della spiegazione data dall'estensore della relazione, secondo il quale i matrimoni, in cui lo sposo ha meno di 25 anni, porterebbe a una più elevata mortalità della prole, non perchè questa sia meno robusta, ma perchè siffatti matrimoni, contratti spesso da genitori imprevidenti, sarebbero associati di frequente ad un ambiente sfavorevole ai figli per ragioni economiche (cfr. pag. LX).

Tale spiegazione sarebbe infatti inammissibile se la mortalità dei figli risultasse più bassa pei matrimoni in cui lo sposo aveva meno di 20 anni che in quelli in cui lo sposo aveva 20-24 anni. D'altra parte, il fatto che, secondo i dati inglesi, la più elevata mortalità dei figli da padri sposatisi sotto 25 anni persiste, pure attenuandosi, per tutte le durate del matrimonio (cfr. pag. LVII) sembra conciliarsi male con la spiegazione accennata. Questa è manifestamente inspirata allo stesso ordine di idee della spiegazione, addotta dallo stesso estensore della relazione, per la maggiore mortalità, nei primi periodi di matrimonio, dei nati da madri sposatesi al disotto di 20 anni, spiegazione che, come abbiamo visto, non va esente da obbiezioni.

gruppo di età (1). La frequenza decrescente di tali malattie nei gruppi di età più elevati e il graduale estinguersi dell'influenza delle malattie contratte nell'età giovanile, spiegano il progressivo discendere dell'indice fino al gruppo di età di 50-54 anni, mentre, al disopra di questa età, l'influenza sfavorevole della vecchiaia prende il sopravvento e conduce a una mortalità leggermente più elevata. Il gruppo di età al disotto di 20 anni presenta un indice inferiore alla media, evidentemente perchè i giovani, che in tale età sono già padri, più di rado, data la precocità del matrimonio, devono aver sentito l'influenza nefasta delle malattie veneree. Ma il fatto che, come si rileva dalla Tavola XII, in parecchi gruppi di famiglie (con 8, con 9, con 15 figli) l'indice presenta un massimo in corrispondenza a tale classe di età, fa ritenere che in codesti gruppi di famiglie l'azione di tali malattie si sia già fatta sentire così presto.

La circostanza che nelle famiglie numerose l'influenza sfavorevole del crescere dell'età della madre è lieve e l'influenza favorevole del crescere dell'età del padre, è, invece forte, spiega, tenuto conto della forte concordanza fra l'età dei coniugi, come, eliminando l'influenza del numero dei figli e non quella dell'età del padre, si pervenga a coefficienti di mortalità infantile che risultano alti quando l'età della madre è bassa e bassi quando l'età della madre è elevata, come appunto si era rilevato nelle relazioni precedenti sopra ricordate, e come è risultato confermato dai dati della col. 2 alla Tavola X.

Tale circostanza spiega anche i risultati esposti nelle Tavole XIII e XIV che passiamo a commentare.

Nella Tavola XIII sono dati, per le 14 Province sopra ricordate, i coefficienti di mortalità sotto 5 anni per ciascun gruppo di famiglie con 7, 8, 9 figli, ecc., secondo l'età della madre alla nascita del primogenito. Nei singoli gruppi di famiglie, i minimi si riscontrano sempre per le età più basse o per le più elevate, generalmente per le une e per le altre; mentre restano più elevati i coefficienti di mortalità per le età

(1) È importante notare che, dai 20 ai 25 anni, si avverte, per i maschi ma non per le femmine, un sensibile incremento nelle probabilità di morte. Questo incremento può plausibilmente mettersi in relazione con l'incremento che presenta la mortalità dei figli. La spiegazione dei due fenomeni è verosimilmente la stessa. Per ciò che concerne l'incremento della probabilità di morte a 20-25 anni, io già l'avevo indicato nella circostanza che, in queste età, i giovani si svincolano dalla famiglia ed entrano nella vita libera. Cfr. la conferenza: *Sulle tavole di mortalità della popolazione italiana*, in « Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni 1929 » pagg. 25 e 33 dell'estratto e l'articolo: *Le tavole di mortalità della popolazione italiana*, in « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », anno I, n. 1, luglio 1930, nota a pag. 7 dell'estratto.

TAVOLA XIII.

Probabilità di morire sotto 5 anni (moltiplicate per 100) secondo l'età della madre alla nascita del primogenito.
(Complesso di 14 Province)

ETÀ DELLA MADRE	NUMERO DEI FIGLI														
	7			8			9			10			11		
	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF
-20. . . .	20,6	18,7	19,7	22,5	20,0	21,3	23,7	21,7	22,8	24,7	23,6	24,2	27,1	25,8	26,5
20-24. . . .	21,9	19,9	20,9	23,7	21,5	22,6	25,4	23,4	24,5	27,5	25,1	26,3	29,7	27,2	28,5
25-29. . . .	23,4	21,5	22,5	25,8	23,6	24,8	27,9	25,5	26,7	30,1	27,4	28,8	32,4	29,4	30,9
30-34. . . .	26,0	23,1	24,6	26,5	23,5	25,0	28,3	28,0	28,1	31,7	28,8	30,3	34,8	31,2	33,1
35-39. . . .	26,8	21,8	24,3	26,0	24,4	25,2	20,4	23,6	21,9	22,5	40,6	31,9	23,2	30,0	26,6
40-44. . . .	13,6	26,1	20,0	15,5	17,2	16,3	35,3	22,5	29,7	20,0	16,7	18,5	—	—	—
45-49. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 e oltre . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ignota	18,0	15,7	16,9	19,9	22,5	21,2	23,4	21,2	22,4	26,1	24,8	25,5	28,4	31,2	29,8
TOTALE	22,3	20,4	21,4	24,1	21,9	23,0	25,7	23,6	24,7	27,5	25,3	26,5	29,6	27,3	28,5

ETÀ DELLA MADRE	12			13			14			15			16		
	M	F	MF												
-20. . . .	29,1	26,5	27,8	31,0	30,7	30,9	33,4	32,0	32,8	34,8	34,4	34,6	39,6	35,3	37,6
20-24. . . .	31,4	29,0	30,3	33,6	31,1	32,4	36,1	33,9	35,1	38,7	36,9	37,8	40,5	38,7	39,6
25-29. . . .	34,1	31,4	32,8	35,9	32,7	34,4	34,1	34,0	34,1	36,1	36,3	36,2	33,9	28,9	31,6
30-34. . . .	30,5	30,1	30,3	29,8	26,4	28,1	35,0	23,8	30,1	41,7	21,1	32,6	50,0	27,3	41,4
35-39. . . .	31,7	32,6	32,1	14,3	0	7,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40-44. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45-49. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 e oltre . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ignota	54,5	37,7	46,3	43,5	36,0	39,6	16,7	40,0	27,3	—	—	—	—	—	—
TOTALE	31,3	28,8	30,1	33,3	31,1	32,2	35,3	33,4	34,4	37,5	36,2	36,9	39,9	37,2	38,6

ETÀ DELLA MADRE	17			18			19			20			IN COMPLESSO		
	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF
-20. . . .	40,6	40,2	40,4	32,3	33,5	32,9	39,4	46,2	42,8	51,6	46,3	49,2	25,4	23,6	24,5
20-24. . . .	44,6	43,6	44,1	45,9	41,5	43,8	52,8	53,1	53,0	48,3	51,6	50,0	26,3	24,1	25,3
25-29. . . .	47,9	46,3	47,1	54,8	35,7	47,1	50,0	60,0	55,6	—	—	—	26,9	24,6	25,8
30-34. . . .	54,5	100,0	70,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	27,6	25,0	26,3
35-39. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25,1	25,5	25,3
40-44. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19,7	18,3	19,0
45-49. . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 e oltre . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23,6	22,6	23,1
Ignota	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
TOTALE	43,4	42,9	43,2	43,0	39,3	41,2	47,6	50,9	49,3	49,7	49,7	49,7	26,3	24,2	25,3

intermedie. Nei bassi coefficienti di natalità per le età più basse, si vede confermata l'influenza favorevole dell'inizio precoce della riproduzione, perchè precisamente in tal caso la massima parte delle nascite potrà cadere durante l'epoca più propizia alla sopravvivenza dei nati. Nei bassi coefficienti di mortalità, invece, per le età più elevate, si riconosce l'influenza favorevole dell'alta età del padre, prevalente, nelle famiglie numerose, sull'influenza sfavorevole dell'alta età della madre.

La Tavola XIV dà la probabilità di morte dei primogeniti nel primo anno di vita secondo l'età della madre alla nascita. Qui, in corrispondenza della classe di età più giovane, per lo più non si riscontra un vantaggio. Trattandosi solo del primo nato, si comprende come il gruppo delle madri più giovani non possa presentare un vantaggio di fronte a quello immediatamente successivo; mentre si manifesta l'influenza prevalente dell'età paterna, cosicchè i coefficienti di mortalità, non solo per il complesso delle famiglie, ma anche per i singoli gruppi, risultano generalmente più bassi per le classi più elevate dell'età materna.

* * *

6. Un altro argomento di cui ci siamo occupati nelle relazioni precedenti è quello dell'intervallo medio tra i parti successivi. Ce ne siamo occupati particolarmente in relazione alla mortalità infantile dei nati.

Senza ritornare sul già detto, diamo qui due tavole che portano alcuni nuovi dati sull'argomento.

La prima (Tavola XV) indica, per il complesso delle 34 Province, la lunghezza in anni e mesi dell'intervallo medio tra due parti successivi secondo il numero dei figli della famiglia e l'età della madre al matrimonio.

Col crescere del numero dei figli, l'intervallo medio diminuisce, senza però scendere mai a un livello molto basso; le famiglie con 20 figli hanno, infatti, ancora un intervallo di 16 mesi che permette un allattamento di 7 mesi, di poco inferiore al normale e non tale da compromettere seriamente la vita del neonato. Questo risultato sta in relazione col fatto, che abbiamo messo in luce in una precedente relazione, che l'aumento della mortalità infantile col crescere del numero dei figli dipende solo in piccola parte (circa $1/5$) dal minore intervallo tra i parti. Ciò può appunto essere messo in relazione col fatto che, anche per le famiglie più numerose, l'intervallo medio non è mai tale da apparire incompatibile con la buona salute del figlio precedente.

TAVOLA XIV.

Probabilità di morte (moltiplicate per 100) dei primogeniti
nel primo anno di vita secondo l'età della madre alla nascita.
(Complesso di 14 Province).

ETÀ DELLA MADRE	NUMERO DEI FIGLI														
	7			8			9			10			11		
	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF
-20 . . .	18,6	15,2	17,0	19,8	17,3	18,6	21,6	19,7	20,7	22,7	22,0	22,3	26,0	23,8	24,9
20-24 . . .	18,5	16,3	17,5	20,2	17,5	18,9	21,7	18,7	20,2	22,9	20,3	21,6	25,2	21,2	23,3
25-29 . . .	18,3	16,5	17,4	20,2	16,5	18,4	21,1	19,3	20,2	23,0	21,1	22,0	24,2	21,3	22,8
30-34 . . .	20,7	17,5	19,1	19,5	15,0	17,3	20,7	13,7	17,5	24,0	17,6	21,1	28,7	16,5	22,9
35-39 . . .	14,6	14,8	14,7	10,5	23,5	16,7	7,4	8,7	8,0	0	30,8	16,0	0	20,0	7,7
40-44 . . .	14,3	0	9,5	0	33,3	11,1	14,3	25,0	18,2	0	0	0	—	—	—
45-49 . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 e oltre.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ignota . . .	11,3	9,0	10,1	17,8	21,4	19,5	14,3	29,0	21,2	17,6	20,0	18,5	27,3	23,1	25,7
TOTALE .	18,5	16,2	17,4	20,1	17,2	18,7	21,5	18,8	20,2	22,9	20,6	21,8	25,2	21,6	23,5
ETÀ DELLA MADRE	12			13			14			15			16		
	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF
	24,6	23,8	24,3	30,4	23,7	27,2	28,5	26,7	27,7	34,0	24,8	29,9	23,0	34,6	28,5
20-24 . . .	25,0	22,9	24,0	27,0	22,9	25,0	27,7	26,5	27,1	27,3	26,3	26,8	29,7	18,7	25,2
25-29 . . .	22,1	21,3	21,7	23,1	20,3	21,7	21,4	12,5	17,2	31,0	25,6	28,4	26,7	16,7	22,2
30-34 . . .	26,2	9,7	19,2	26,7	7,1	17,2	42,9	25,0	36,4	—	33,3	33,3	0	0	0
35-39 . . .	80,0	0	66,7	0	—	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40-44 . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45-49 . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 e oltre.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ignota . . .	16,7	33,3	22,2	0	50,0	25,0	0	—	0	—	—	—	—	—	—
TOTALE .	24,7	22,9	23,8	27,3	22,8	25,1	27,5	25,5	26,5	29,3	25,9	27,7	27,6	23,7	25,9
ETÀ DELLA MADRE	17			18			19			20			IN COMPLESSO		
	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF	M	F	MF
-20 . . .	43,6	34,4	39,4	36,4	33,3	34,6	50,0	33,3	42,9	60,0	0	50,0	22,3	19,8	21,1
20-24 . . .	29,2	36,7	33,1	37,8	28,6	33,3	36,4	30,0	33,3	16,7	33,3	22,2	21,4	18,7	20,1
25-29 . . .	50,0	42,9	44,4	0	—	0	0	0	0	—	—	—	20,2	17,8	19,0
30-34 . . .	0	—	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21,1	16,2	18,7
35-39 . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12,9	17,2	14,8
40-44 . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8,6	16,7	11,3
45-49 . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
50 e oltre.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15,9	18,5	17,1
Ignota . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
TOTALE .	34,2	36,4	35,3	34,6	30,0	32,4	40,0	29,4	35,1	36,4	25,0	33,3	21,2	18,6	20,0

L'esame delle singole linee mostra che, sia per il complesso delle famiglie, sia per i vari gruppi distinti secondo il numero dei figli, l'intervallo minimo corrisponde sempre al gruppo delle madri che si sono sposate a 25-29 anni o, quanto meno, lo comprende, con la sola eccezione delle famiglie con 19 figli in cui l'intervallo minimo si verifica

TAVOLA XV.

Intervallo medio in anni e mesi (a) tra due parti successivi secondo il numero dei figli della famiglia e l'età della madre al matrimonio.

FAMIGLIE	ETÀ DELLA MADRE AL MATRIMONIO									TOTALE
	— 20	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50 e oltre	ignota	
con 7 figli	29	28	25	25	29	210	29	211	29	27
» 8 »	28	26	23	24	27	28	27	27	27	26
» 9 »	26	24	22	23	26	26	26	26	25	24
» 10 »	24	22	20	22	24	24	24	23	23	23
» 11 »	23	21	111	21	22	23	21	23	22	21
» 12 »	21	111	19	20	21	22	22	20	20	20
» 13 »	20	19	18	111	21	20	20	20	111	110
» 14 »	110	18	18	110	110	110	110	110	111	19
» 15 »	19	17	17	19	111	19	17	24	19	18
» 16 »	18	16	16	21	18	21	19	14	19	17
» 17 »	17	16	16	110	17	18	—	17	18	16
» 18 »	16	15	14	18	18	16	22	21	110	15
» 19 »	16	14	15	—	—	—	19	—	—	15
» 20 »	15	14	13	—	—	—	—	—	14	14
In complesso..	26	25	23	24	26	27	26	27	26	25

(a) Le cifre in carattere neretto rappresentano gli anni, quelle in carattere corsivo i mesi.

nel gruppo delle madri sposatesi a 20-24 anni. Il fatto che madri, che si sono sposate a 45-49 anni e anche in età più avanzata, abbiano potuto avere più di 7 figli ad intervalli in media di 30 mesi e più, si spiega con la circostanza, che abbiamo già segnalata, che nelle famiglie numerose in cui la donna si è sposata tardi, la prolificazione è generalmente cominciata già molto tempo prima del matrimonio.

La seconda (Tavola XVI) fornisce, per ciascuna delle 34 Province, la lunghezza in anni e mesi dell'intervallo medio tra due parti successivi, secondo l'età della madre al matrimonio.

L'intervallo medio varia sensibilmente da provincia a provincia, passando da 1 anno e 9 mesi nella provincia di Bolzano a 2 anni e 7 mesi e in genere crescendo col passare dal nord al sud. È verosimile che la maggior lunghezza dell'intervallo nel sud si accordi con una maggiore diffusione dell'allattamento materno.

Nella maggior parte delle provincie l'intervallo minore si verifica per il gruppo di età da 25-29 anni, talvolta spostandosi verso il gruppo di età immediatamente successivo da 30 a 34 anni; solo eccezionalmente il minimo cade (a Bolzano) o si estende (a Milano, Massa e Carrara, Bari, Lecce) nei gruppi di età più elevate.

* * *

7. La nostra inchiesta ci permette anche di determinare quanti sopra 100 figli viventi delle famiglie numerose sieno quelli usciti e quanti quelli rimasti nella famiglia. Queste percentuali non hanno tanto interesse per il complesso dei figli, quanto per le singole categorie dello stato civile: celibi, coniugati e vedovi.

Le percentuali sono state anche calcolate distintamente secondo la prolificità della famiglia (Tavola XVII) e secondo la prolificità della famiglia e l'ordine di generazione (Tavola XVIII).

La percentuale dei celibi e nubili usciti dalla famiglia diminuisce naturalmente col crescere dell'ordine di generazione (Tavola XVIII, col. 1, 2 e 3) in quanto gli ultimi nati sono più giovani e ad essi si debbono essere presentate minori occasioni per lasciare la casa.

La stessa circostanza fa sì che tra i celibi la percentuale degli usciti cresca col numero delle persone della famiglia (Tavola XVII, col. 1 e 3) in quanto è naturale che maggiore è il numero dei figli e più elevata, nella media, sia la loro età. Nessuna differenza sistematica si verifica invece tra i due sessi, i quali, per i celibi, presentano nel complesso le stesse percentuali di usciti (3,4% per i maschi e 3,5% per le femmine) (Tavola XVII, col. 1 e 2).

TAVOLA XVI.

Intervallo medio in anni e mesi (a) tra due parti successive
secondo l'età della madre al matrimonio.

PROVINCIE	ETÀ DELLA MADRE AL MATRIMONIO									Totali
	— 20	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50 e oltre	Ignota	
Bolzano	111	110	19	18	17	18	—	17	17	19
Trento	23	22	21	111	21	21	24	22	22	22
Bergamo	22	21	20	20	23	24	22	25	111	21
Milano	24	23	22	22	24	23	21	24	25	23
Torino	26	25	23	22	26	26	28	210	26	25
Cuneo	26	24	23	22	26	23	24	29	24	25
Gorizia	23	23	22	20	21	23	24	25	20	23
Trieste	24	23	22	22	26	25	25	25	22	23
Venezia	23	23	22	22	24	25	23	24	24	23
Rovigo	25	25	24	24	26	24	25	25	25	25
Ferrara	25	24	24	25	26	27	26	25	28	24
Bologna	25	24	23	25	26	27	26	26	25	24
Genova	27	25	23	24	26	26	27	27	25	26
Spezia	28	27	25	28	28	28	29	29	26	27
Massa e Carrara	27	26	26	27	26	28	29	29	28	26
Firenze	26	25	23	23	25	25	24	25	25	25
Pesaro e Urbino	25	24	23	24	25	25	25	24	25	24
Ancona	25	24	23	24	25	26	25	24	25	24
Perugia	27	26	24	26	29	29	29	211	210	26
Chieti	27	26	24	24	28	210	211	210	27	26
Campobasso	28	27	24	25	27	29	29	27	25	27
Roma	26	25	24	26	27	28	26	27	25	25
Frosinone	28	26	25	27	28	29	28	28	27	27
Napoli	26	25	23	23	24	26	27	27	25	25
Avellino	27	26	24	24	28	210	31	29	26	26
Bari	26	26	24	24	24	26	24	26	27	26
Lecce	26	26	24	24	24	26	210	25	26	26
Potenza	27	26	24	23	28	210	26	27	27	26
Cosenza	28	26	25	26	28	27	28	28	26	27
Reggio di Calabria	27	25	24	25	29	28	26	31	26	26
Palermo	28	27	25	27	29	27	26	210	28	27
Caltanissetta	27	26	25	26	28	28	30	28	24	27
Nuoro	27	26	25	25	29	29	29	28	27	26
Cagliari	27	26	25	24	26	26	29	29	27	26

(a) Le cifre in carattere neretto rappresentano gli anni, quelle in carattere corsivo i mesi.

Le percentuali per i due sessi differiscono invece essenzialmente per i coniugati (col. 4 e 5) e per i vedovi (col. 7 e 8) Tavola XVII, il matrimonio avendo naturalmente per effetto di far uscire la femmina dalla famiglia molto più spesso che il maschio. Nel complesso delle famiglie, tra i coniugati, il 91,6 % delle femmine e il 72,0 % dei maschi sono usciti dalla famiglia. Per i vedovi, la percentuale risulta molto più bassa: 67,7 % e rispettivamente 47,4 %. È verosimile che la differenza tra coniugati e vedovi sia essenzialmente dovuta ad un ritorno del vedovo in famiglia dopo la morte del coniuge, ritorno che sembra verificarsi presso a poco con la stessa frequenza per i due sessi. (Differenza = 24,6 % per i maschi e 23,9 % per le femmine).

TAVOLA XVII.

**Usciti su 100 viventi secondo il sesso, lo stato civile
e il numero dei figli della famiglia.**

FAMIGLIE	STATO CIVILE												IN COMPLESSO	
	CELIBI E NUBILI			CONIUGATI			VEDOVI							
	M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
con 7 figli	2,9	2,9	2,9	71,0	92,0	82,6	43,7	66,9	60,0	16,8	26,3	21,4		
» 8 »	3,3	3,3	3,3	71,5	91,6	82,6	47,7	67,1	60,8	18,6	29,1	23,8		
» 9 »	3,5	3,6	3,5	72,1	91,6	82,9	47,7	69,2	62,8	20,2	31,3	25,7		
» 10 »	3,7	3,9	3,8	72,4	91,4	82,9	53,1	66,8	62,9	21,6	33,0	27,2		
» 11 »	3,7	4,2	3,9	73,6	91,8	83,6	45,9	67,7	61,0	22,5	34,2	28,2		
» 12 »	3,6	4,2	3,9	72,5	91,1	82,8	49,5	68,2	62,5	22,4	34,2	28,2		
» 13 »	4,0	4,4	4,2	72,2	90,4	82,2	40,5	67,1	60,6	23,0	34,8	28,8		
» 14 »	4,7	4,8	4,7	74,5	91,4	83,7	41,3	76,2	65,3	24,6	35,7	30,1		
» 15 »	4,2	4,7	4,4	74,2	91,6	83,6	44,0	66,7	59,2	24,2	35,3	29,6		
» 16 »	3,5	4,5	4,0	73,1	91,7	83,2				23,4	35,7	29,4		
» 17 »	6,1	7,4	6,7	74,2	90,9	83,3				25,0	36,6	30,7		
» 18 »	6,4	3,7	5,1	77,1	90,8	84,2	50,0	73,8	66,1	27,9	33,7	30,7		
» 19 »	4,7	6,0	5,3	75,3	93,4	85,1				23,5	35,5	29,3		
» 20 e più »	6,0	5,0	5,5	70,1	94,4	81,8				29,4	38,7	33,8		
TOTALE	3,4	3,5	3,4	72,0	91,6	82,8	47,4	67,7	61,5	19,6	30,3	24,9		

Nessuna regolare variazione della percentuale degli usciti si riscontra tra i coniugati ed i vedovi col crescere del numero dei figli della famiglia (Tavola XVII, col. 4, 5, 6, 7, 8 e 9), mentre l'ordine di generazione sembra avere una certa influenza sulle percentuali dei coniugati usciti (Tavola XVIII, col 6). Nelle famiglie, invero, con 7-10 figli, le percentuali più elevate della media si riscontrano in generale nei primi nati, mentre nelle famiglie con 11-15 figli l'eccedenza si verifica soprattutto per gli ordini di generazione intermedi. (Tralascio di considerare le famiglie con più di 15 figli, perchè il numero delle osservazioni non è sufficiente per tutti gli ordini di generazione). Se si considerano separatamente i due sessi (Tavola XVIII, col. 4 e 5) si nota però che questi si comportano in modo alquanto diverso. La maggiore altezza delle percentuali dei primi nati si verifica, infatti, più nettamente per i maschi; per questi, essa si riscontra, non solo nelle famiglie con 7-10 figli, ma anche nelle famiglie con 11, 12 e 13 figli, mentre la prevalenza, negli ordini di generazione intermedi, si afferma solo nelle famiglie con 14-15 figli. Per le femmine, invece, le percentuali raramente riescono superiori nei primi nati (fanno eccezione solo le famiglie con 8 figli), le percentuali superiori alla media si incontrano invece in generale negli ordini di generazione intermedi e, nelle famiglie con più di 10 figli, anche negli ordini di generazione più elevati.

TAVOLA XVIII.

Usciti su 100 viventi secondo il sesso, l'ordine di generazione
e lo stato civile.

Numero dei figli	Ordine di generazione	STATO CIVILE						TOTALE (compresi i vedovi)		
		CELIBI E NUBILI			CONIUGATI					
		USCITI SU 100 VIVENTI								
		M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F
7	I	5,3	5,2	5,3	71,8	91,9	82,8	28,9	44,0	36,2
	II	4,2	4,3	4,2	71,8	91,8	82,9	24,0	37,3	30,5
	III	3,6	3,5	3,5	71,8	92,2	83,1	20,2	31,2	25,6
	IV	2,9	2,9	2,9	70,7	92,1	82,6	16,1	25,6	20,8
	V	2,4	2,4	2,4	70,4	92,1	82,4	13,2	20,4	16,7
	VI	1,9	1,9	1,9	68,8	91,9	81,7	9,9	16,1	13,0
	VII	1,4	1,6	1,5	66,9	91,5	80,9	6,8	11,8	9,2
8	I	6,3	6,3	6,3	72,2	91,7	82,8	33,2	50,0	41,4
	II	5,2	5,3	5,2	71,9	91,5	82,7	28,0	42,7	35,2
	III	4,4	4,5	4,4	72,2	91,6	83,0	24,0	37,0	30,4
	IV	3,6	3,7	3,6	71,6	91,8	82,9	20,0	31,0	25,5
	V	3,1	3,1	3,1	72,5	91,3	83,1	16,6	25,7	21,1
	VI	2,3	2,5	2,4	70,6	91,6	82,4	12,9	20,8	16,8
	VII	1,9	2,0	1,9	68,1	91,5	81,3	9,8	16,4	13,0
	VIII	1,5	1,6	1,6	68,1	90,7	81,0	7,2	12,2	9,7
9	I	7,5	7,9	7,7	73,4	91,4	83,2	37,4	55,0	46,1
	II	5,9	6,6	6,2	74,1	91,3	83,6	32,5	47,7	40,1
	III	5,2	5,5	5,3	72,3	91,5	82,9	27,7	41,8	34,6
	IV	4,2	4,2	4,2	72,7	91,9	83,5	23,4	36,1	29,7
	V	3,5	3,6	3,5	71,4	91,9	82,6	19,6	30,3	24,8
	VI	2,8	2,9	2,8	71,3	92,4	83,2	15,7	25,5	20,6
	VII	2,4	2,4	2,4	68,8	91,6	81,6	12,6	20,6	16,6
	VIII	1,8	2,0	1,9	70,3	91,5	82,2	10,0	16,4	13,1
	IX	1,4	1,7	1,5	67,8	90,2	80,6	6,9	12,1	9,4
10	I	8,0	9,0	8,4	74,1	91,4	83,4	41,2	59,3	50,1
	II	6,8	8,0	7,3	72,4	91,1	82,7	35,1	53,0	43,9
	III	5,6	6,2	5,9	73,1	92,0	83,4	30,7	46,4	38,4
	IV	5,0	5,3	5,1	72,8	91,4	83,0	26,9	40,4	33,6
	V	4,0	4,6	4,3	73,1	91,3	83,3	22,7	35,2	28,9
	VI	3,6	3,6	3,6	71,9	91,1	82,6	18,9	29,4	24,1
	VII	3,0	2,9	2,9	71,3	91,4	82,6	15,7	24,6	20,1
	VIII	2,3	2,5	2,4	70,1	91,3	82,1	12,3	20,0	16,1
	IX	1,9	2,1	2,0	62,2	91,0	81,6	9,5	15,8	12,6
	X	1,6	1,6	1,6	68,3	90,9	81,2	7,1	11,8	9,4

Segue TAVOLA XVIII.

Usciti su 100 viventi secondo il sesso, l'ordine di generazione
e lo stato civile.

Numero dei figli	Ordine di generazione	STATO CIVILE						TOTALE (compresi i vedovi)		
		CELIBI E NUBILI			CONIUGATI			USCITI SU 100 VIVENTI		
		M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F
11	I	8,7	9,7	9,1	75,0	91,2	83,6	43,9	61,4	52,4
	II	7,2	9,2	8,1	73,6	91,8	83,5	38,2	56,3	47,2
	III	6,4	7,5	6,9	73,3	91,5	83,2	33,5	50,3	41,8
	IV	5,3	6,5	5,8	74,1	91,9	83,9	29,7	44,6	37,1
	V	4,3	5,2	4,7	73,5	92,3	83,9	24,7	38,9	31,6
	VI	3,6	4,3	4,0	73,7	92,2	84,1	21,6	33,7	27,6
	VII	3,3	3,5	3,4	74,5	91,6	84,0	18,9	28,2	23,5
	VIII	2,4	3,0	2,7	73,2	92,0	83,9	14,7	24,1	19,3
	IX	2,2	2,7	2,4	71,5	91,9	82,8	12,2	19,2	15,7
	X	1,9	2,1	2,0	72,5	91,7	83,6	9,3	15,7	12,4
	XI	1,2	1,3	1,3	68,0	91,8	81,7	6,4	11,1	8,7
12	I	7,7	11,2	9,2	74,0	90,4	82,6	45,1	62,9	53,8
	II	8,6	9,5	9,0	72,9	90,0	82,2	39,6	57,4	48,4
	III	6,0	8,1	7,0	73,6	91,9	83,6	35,2	52,3	43,7
	IV	5,7	7,3	6,4	71,5	90,8	82,2	30,2	46,6	38,3
	V	4,3	5,5	4,9	72,7	91,4	83,0	26,9	41,0	33,8
	VI	4,2	4,3	4,3	71,7	91,5	82,7	22,7	35,5	29,0
	VII	3,8	4,1	3,9	74,1	92,2	84,4	20,5	31,8	26,1
	VIII	2,7	3,5	3,1	73,2	90,7	83,1	16,9	26,3	21,6
	IX	2,4	3,0	2,7	71,2	90,8	82,4	13,5	21,6	17,6
	X	2,0	2,3	2,2	67,8	91,6	81,3	10,7	18,4	14,5
	XI	1,4	1,4	1,4	69,1	91,4	82,1	7,8	13,8	10,8
	XII	1,4	1,3	1,4	69,5	92,6	83,4	5,8	10,5	8,1
13	I	10,4	12,8	11,4	72,7	89,8	81,9	45,9	64,5	55,1
	II	8,8	10,7	9,6	72,8	90,2	82,2	41,3	59,9	50,5
	III	7,6	8,6	8,0	73,1	89,9	82,2	37,9	54,1	45,9
	IV	6,1	6,9	6,5	72,5	90,8	82,3	33,4	48,2	40,7
	V	5,3	5,8	5,6	73,8	89,3	82,6	28,1	43,4	35,7
	VI	4,1	6,1	5,0	71,9	92,1	83,0	24,8	39,0	31,9
	VII	3,9	4,7	4,2	71,7	91,7	83,1	21,3	35,3	28,2
	VIII	3,7	4,1	3,9	72,4	90,6	82,8	18,3	30,1	24,0
	IX	2,7	2,8	2,7	70,0	89,1	80,8	14,8	24,1	19,4
	X	3,1	3,2	3,1	69,8	90,6	81,6	13,2	21,3	17,2
	XI	1,8	1,5	1,6	71,3	89,8	82,0	10,6	17,0	13,8
	XII	1,8	2,0	1,9	68,8	92,6	82,2	8,1	13,3	10,7
	XIII	1,4	1,3	1,3	67,6	91,1	80,8	6,3	9,9	8,1

Segue TAVOLA XVIII.

Usciti su 100 viventi secondo il sesso, l'ordine di generazione
e lo stato civile.

Numero dei figli	Ordine di generazione	STATO CIVILE						TOTALE (compresi i vedovi)		
		CELIBI E NUBILI			CONIUGATI					
		USCITI SU 100 VIVENTI								
		M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	I	10, 4	12, 5	II, 3	74, 4	91, 3	83, 4	48, 0	66, 6	57, 1
	II	9, 6	11, 5	IO, 4	72, 0	90, 1	81, 8	43, 5	61, 2	52, 5
	III	9, 8	II, 2	IO, 4	75, 4	90, 1	83, 3	41, 3	56, 9	49, 0
	IV	5, 7	8, 2	6, 8	73, 4	89, 9	82, 3	35, 0	51, 3	43, 0
	V	8, 7	6, 5	7, 7	75, 0	91, 2	84, 0	33, 0	46, 5	39, 6
	VI	5, 7	7, 0	6, 3	76, 8	93, 3	86, 0	28, 8	43, 3	36, 0
	VII	5, 9	5, 3	5, 6	74, 2	91, 7	84, 1	24, 8	36, 7	30, 7
	VIII	4, 1	5, 0	4, 5	75, 6	92, 8	85, 4	21, 3	34, 0	27, 6
	IX	4, 3	3, 6	4, 0	75, 7	91, 5	84, 5	18, 0	26, 6	22, 2
	X	3, 6	4, 2	3, 9	75, 8	91, 0	84, 1	16, 6	24, 5	20, 5
	XI	2, 4	2, 2	2, 3	71, 3	91, 8	82, 7	12, 7	18, 8	15, 8
	XII	2, 6	2, 3	2, 4	74, 1	92, 5	84, 0	11, 3	16, 0	13, 6
	XIII	1, 5	1, 8	1, 6	78, 8	96, 7	88, 9	8, 4	13, 7	11, 0
	XIV	1, 8	1, 8	1, 8	71, 4	93, 7	83, 5	6, 7	9, 9	8, 3
15	I	14, 2	II, 2	12, 8	72, 7	90, 4	81, 7	49, 9	63, 7	56, 6
	II	8, 0	13, 9	10, 4	72, 5	89, 2	81, 5	42, 5	63, 5	52, 7
	III	7, 7	II, 2	9, 2	76, 1	92, 0	84, 7	40, 7	58, 8	49, 6
	IV	8, 1	II, 6	9, 6	74, 6	93, 6	84, 3	38, 7	55, 5	46, 6
	V	3, 8	7, 3	5, 5	74, 8	93, 7	84, 9	32, 3	47, 5	39, 9
	VI	6, 0	5, 1	5, 6	74, 7	92, 4	84, 3	29, 9	43, 5	36, 5
	VII	4, 9	6, 4	5, 5	76, 7	92, 3	85, 5	25, 8	41, 1	33, 2
	VIII	3, 3	4, 2	3, 7	76, 0	94, 4	86, 6	21, 6	35, 4	28, 5
	IX	3, 4	4, 6	3, 9	73, 1	90, 6	82, 2	19, 3	28, 3	23, 6
	X	3, 3	4, 8	4, 0	75, 2	89, 6	83, 1	16, 7	25, 8	21, 0
	XI	3, 1	2, 1	2, 6	78, 0	89, 6	84, 8	13, 6	20, 4	16, 9
	XII	2, 9	1, 6	2, 3	68, 8	92, 0	81, 6	11, 5	16, 6	14, 1
	XIII	2, 1	1, 4	1, 8	73, 0	87, 8	80, 1	10, 5	12, 1	11, 3
	XIV	1, 7	1, 7	1, 7	81, 5	91, 9	87, 8	9, 1	13, 9	11, 5
	XV	1, 9	1, 4	1, 7	55, 8	88, 1	75, 5	4, 9	9, 1	6, 9

Per i vedovi il numero delle osservazioni disponibili è troppo basso perché una regolarità si manifesti. I dati pertanto furono esclusi dalla Tavola VIII.

La frequenza degli usciti dalla famiglia secondo lo stato civile e dei rientrati in essa in caso di vedovanza venne esaminata anche per le singole provincie, e i risultati sono esposti nella Tavola XIX.

Usciti su 100 viventi secondo il s

PROVINCIE	STATO CIVILE											
	CELIBI E NUBILI						CONIUGATI					
	Usciti su 100 viventi						Usciti su 100 viventi					
	M	Numero d'ordine	F	Numero d'ordine	MF	Numero d'ordine	M	Numero d'ordine	F	Numero d'ordine	MF	
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Caltanissetta.....	2, 2	27	3, 0	18	2, 6	25	95, 8	1	96, 8	2	96, 4	
Bari.....	2, 8	21	3, 0	20	2, 9	21	95, 6	2	96, 6	3	96, 2	
Trieste.....	2, 2	26	2, 3	28	2, 3	27	93, 8	3	97, 4	1	95, 8	
Cagliari.....	2, 0	29	1, 8	33	1, 9	31	90, 8	4	90, 7	20	90, 8	
Reggio di Calabria.....	1, 7	32	1, 9	30	1, 8	32	90, 2	5	91, 0	19	90, 6	
Avellino.....	4, 0	11	2, 6	22	3, 4	16	86, 9	8	92, 3	14	89, 8	
Palermo.....	8, 3	2	8, 7	1	8, 5	1	89, 6	6	89, 7	21	89, 7	
Genova.....	9, 8	1	6, 0	2	8, 0	2	85, 5	10	92, 3	15	89, 5	
Lecce.....	1, 3	34	1, 9	29	1, 6	34	88, 5	7	89, 4	23	89, 0	
Milano.....	2, 7	23	4, 5	7	3, 5	13	80, 7	16	94, 8	7	88, 5	
Gorizia.....	3, 6	14	3, 3	17	3, 4	14	79, 2	17	92, 6	12	87, 1	
Spezia.....	5, 9	3	4, 3	8	5, 1	4	81, 1	14	91, 7	16	87, 0	
Napoli.....	2, 0	30	1, 9	31	1, 9	30	85, 9	9	87, 8	28	86, 9	
Cosenza.....	2, 8	19	2, 3	26	2, 6	23	83, 2	11	89, 6	22	86, 7	
Torino.....	5, 4	4	4, 0	9	4, 7	6	78, 5	18	93, 0	10	86, 6	
Potenza.....	4, 8	7	3, 7	12	4, 3	10	82, 6	12	87, 5	29	85, 3	
Roma.....	2, 7	22	2, 6	24	2, 7	22	82, 0	13	87, 2	30	84, 8	
Venezia.....	3, 1	17	3, 0	19	3, 0	20	66, 7	21	92, 6	13	81, 6	
Nuoro.....	1, 8	31	1, 6	34	1, 7	33	80, 8	15	80, 9	33	80, 9	
Cuneo.....	3, 9	12	3, 8	11	3, 9	11	66, 8	20	89, 0	25	79, 5	
Bergamo.....	1, 4	33	2, 5	25	1, 9	29	64, 4	22	91, 5	17	79, 0	
Ferrara.....	3, 3	15	5, 8	4	4, 5	8	62, 9	25	92, 7	11	78, 6	
Bolzano.....	3, 0	18	3, 9	10	3, 4	15	73, 2	19	81, 7	32	78, 3	
Trento.....	2, 6	24	2, 6	21	2, 6	24	62, 9	24	88, 7	26	78, 8	
Bologna.....	4, 5	8	6, 0	3	5, 2	3	57, 7	29	94, 8	6	77, 9	
Frosinone.....	3, 7	13	3, 7	13	3, 7	12	64, 4	23	89, 1	24	77, 8	
Ancona.....	5, 0	6	3, 6	14	4, 3	9	53, 7	31	96, 2	4	77, 4	
Firenze.....	4, 2	10	5, 2	5	4, 6	7	54, 1	30	94, 7	8	76, 6	
Chieti.....	4, 2	9	2, 3	27	3, 3	18	61, 7	26	88, 6	27	76, 1	
Rovigo.....	2, 1	28	2, 6	23	2, 3	26	52, 0	32	94, 2	9	74, 8	
Campobasso.....	5, 1	5	4, 5	6	4, 8	5	61, 4	27	83, 6	31	73, 3	
Pesaro e Urbino.....	3, 2	16	3, 5	15	3, 3	17	49, 2	33	91, 5	18	72, 3	
Perugia.....	2, 8	20	3, 4	16	3, 1	19	40, 8	34	95, 5	5	71, 4	
Massa e Carrara.....	2, 3	25	1, 8	32	2, 1	28	59, 5	28	73, 2	34	67, 0	

ato civile nelle varie provincie.

VEDOVI				IN COMPLESSO						ECCEDENZA DEI CONIUGATI SUI VEDOVI						
Numero d'ordine	F	Numero d'ordine	MF	Usciti su 100 viventi			Usciti su 100 viventi			Usciti su 100 viventi			Usciti su 100 viventi			
	8	9	10	M	Numero d'ordine	F	Numero d'ordine	MF	Numero d'ordine	M	Numero d'ordine	F	Numero d'ordine	MF	Numero d'ordine	
9	83,3	2	79,0	2	20,8	12	29,6	17	25,0	15	35,8	4	13,5	32	17,4	22
4	78,9	4	77,2	3	19,5	18	24,5	27	21,9	27	25,0	17	17,7	29	19,0	20
3	90,2	1	83,3	1	27,6	4	36,6	10	32,1	6	21,8	20	7,2	34	12,5	27
5	72,0	12	70,0	7	17,9	24	22,8	31	20,3	29	26,4	15	18,7	26	20,8	18
12	64,8	20	61,9	17	16,5	27	23,2	30	19,7	30	35,2	5	26,2	11	28,7	7
6	59,6	26	60,6	19	21,5	8	25,9	26	23,7	22	23,7	19	32,7	2	29,2	6
14	63,4	24	60,4	20	21,3	9	26,0	25	23,5	23	37,4	2	26,3	10	29,3	5
11	66,7	18	63,8	14	29,3	2	36,8	9	33,1	4	29,0	12	25,6	12	25,7	11
7	81,6	3	76,2	5	19,8	16	24,2	29	21,9	26	26,0	16	7,8	33	12,8	26
20	74,4	9	65,7	11	26,2	5	38,6	7	32,4	5	31,8	9	20,4	22	22,8	14
2	78,0	5	76,5	4	19,2	19	30,0	16	24,6	17	4,8	32	14,6	31	10,6	29
19	59,2	28	56,7	28	29,0	3	39,1	4	34,0	3	32,0	7	32,5	3	30,3	2
22	56,3	32	54,4	30	12,2	33	15,0	33	13,5	33	37,4	1	31,5	5	32,5	1
17	59,5	27	57,1	26	19,1	20	26,3	24	22,6	25	32,4	6	30,1	7	29,6	4
16	70,0	15	64,5	12	30,1	1	42,0	2	36,1	1	27,4	13	23,0	17	22,1	16
8	56,9	31	58,3	24	21,7	7	28,0	22	24,7	16	20,7	21	30,6	6	27,0	9
15	63,5	23	60,3	22	20,8	14	27,2	23	23,9	21	30,4	10	23,7	14	24,5	12
12	63,8	22	52,3	32	17,4	26	28,3	21	22,8	24	36,0	3	28,8	8	28,7	8
10	57,2	29	57,0	27	14,1	32	19,3	32	16,6	32	24,2	18	23,7	13	23,9	13
19	65,7	19	57,6	25	18,8	22	33,2	11	26,0	13	26,7	14	23,3	15	22,3	15
21	68,8	16	58,5	23	14,6	30	24,4	28	19,4	31	15,6	26	22,7	19	20,5	19
13	73,4	10	67,6	10	19,1	21	32,7	12	25,8	14	8,2	29	19,3	25	11,0	28
1	63,9	21	71,7	6	8,8	34	13,9	34	11,3	34	-15,0	34	17,8	27	6,6	34
26	68,5	17	61,0	18	15,0	29	28,4	20	21,7	28	19,3	23	20,2	23	17,1	23
18	77,1	6	68,7	8	20,8	13	38,8	6	29,8	7	7,0	30	17,7	28	9,2	32
24	72,5	11	64,5	13	18,4	23	29,5	18	23,9	20	19,1	24	16,6	30	13,3	25
25	75,5	8	67,7	9	19,7	17	39,3	3	29,5	8	9,7	28	20,7	21	9,7	31
31	71,7	13	60,4	21	23,3	6	47,5	1	35,4	2	19,6	22	23,0	16	16,1	24
23	57,0	30	54,4	31	21,0	11	32,6	14	26,7	10	14,5	27	31,6	4	21,7	17
34	53,0	33	44,5	33	15,6	28	32,7	13	24,0	19	29,4	11	41,2	1	30,3	3
27	60,7	25	55,9	29	21,2	10	31,9	15	26,4	11	18,0	25	22,9	18	17,4	21
28	70,4	14	62,2	16	17,8	25	38,6	8	28,0	9	6,9	31	21,1	20	10,1	30
30	76,1	7	63,2	15	14,1	31	39,0	5	26,4	12	1,6	33	19,4	24	8,2	33
33	45,2	34	40,1	34	19,9	15	28,8	19	24,3	18	32,0	8	28,0	9	26,9	10

Le deduzioni, che se ne possono ricavare, non sono però molto concludenti.

Anzitutto, si nota che le percentuali degli usciti non presentano per i due sessi variazioni analoghe da provincia a provincia in tutte le categorie di stato civile. Variazioni analoghe per i due sessi si verificano, invero, nella categoria dei celibi e nubili, per i quali l'indice di cograduazione tra le percentuali delle colonne 1 e 2 risulta di + 0,63. Ciò sta a significare che le provincie, le quali presentano una percentuale elevata di usciti per i maschi, presentano in generale una percentuale elevata di usciti anche per le femmine. Ma altrettanto non si verifica nella categoria dei coniugati, per la quale, anzi, l'analogo indice di cograduazione tra le percentuali delle colonne 4 e 5 risulta debolmente negativo (— 0,02). Per i vedovi, esso risulta bensì positivo ma piuttosto basso (indice di cograduazione tra le colonne 7 e 8 = + 0,18). Per l'eccedenza, infine, dei coniugati sui vedovi, che dipende dalla frequenza del ritorno in famiglia dopo la vedovanza, la relazione risulta positiva e piuttosto elevata (indice di cograduazione tra le colonne 13 e 14 = + 0,40).

Se si confrontano le variazioni delle percentuali da provincia a provincia per le diverse categorie dello stato civile, si riscontra, anche in questo caso, un diverso comportamento tra i due sessi. La relazione tra le percentuali degli usciti per i celibi e per i coniugati risulta negativa (indice di cograduazione tra le colonne 1 e 4 = — 0,23); mentre invece della stessa intensità, ma positiva, risulta la relazione tra le percentuali degli usciti per le nubili e per le coniugate (indice di cograduazione tra le colonne 2 e 5 = + 0,23). Analogamente negativa risulta la relazione tra le percentuali degli usciti per i celibi e per i vedovi (indice di cograduazione tra le colonne 1 e 7 = — 0,11), mentre positiva risulta la relazione tra le percentuali degli usciti per le nubili e le vedove (indice di cograduazione tra le colonne 2 e 8 = + 0,20). Un comportamento analogo per i due sessi si verifica soltanto nella relazione tra le percentuali degli usciti per i coniugati e per i vedovi, che per i maschi è rappresentata da un indice di cograduazione (tra le col. 4 e 7) di + 0,65 e per le femmine (tra le col. 5 e 8) da uno di + 0,55. Ciò sta a significare che, nelle provincie in cui il matrimonio importa più di frequente, sia per i maschi che per le femmine, l'uscita dalla famiglia, si verifica anche, in generale, una più alta percentuale di vedovi e di vedove che restano fuori dalla famiglia dopo la morte del coniuge.

Tale relazione positiva spiega come l'eccedenza delle percentuali degli usciti per i coniugati su quelle per i vedovi possa mostrare una relazione nello stesso senso con la percentuale dei coniugati usciti e con la percentuale dei vedovi rimasti fuori dalla famiglia. L'indice di cograduazione tra le colonne 4 e 13 risulta infatti $= + 0,47$ mentre quello tra le colonne 7 e 13, pure essendo molto più basso ($= + 0,04$), è ancora positivo. Viceversa, per le femmine l'eccedenza della percentuale delle uscite per le coniugate su quella per le vedove è correlata negativamente, sia con la percentuale delle coniugate (indice di cograduazione tra le colonne 5 e 14 $= - 0,30$), sia con la percentuale delle vedove (indice di cograduazione tra le colonne 8 e 14 $= - 0,78$).

* * *

8. I dati raccolti sulle famiglie numerose forniscono anche la possibilità di calcolare sia la nuzialità, sia la sopravvivenza secondo la composizione per sesso delle famiglie.

Possiamo dividere a tal fine le famiglie in cinque categorie secondo che presentano:

a) prole completamente maschile;

b) prole con forte prevalenza di maschi, in cui cioè il numero dei maschi eccede su quello delle femmine di oltre il 50 %;

c) prole con prevalenza debole o nulla di un sesso, quando i due sessi si equilibrano ovvero l'uno supera l'altro di non più del 50 %;

d) prole con forte prevalenza di femmine;

e) prole con tutte femmine.

Abbiamo dapprima eseguito un saggio relativo a nove provincie: Bolzano, Novara, Mantova, Lucca, Pesaro Urbino, Rieti, Taranto, Messina e Nuoro, riservandoci di estendere l'inchiesta ad un numero maggiore di provincie.

Le colonne 1 e 2 della Tavola XX mostrano che, quando nella famiglia c'è forte prevalenza di maschi, la percentuale dei celibiti risulta, nella media dei casi, lievemente superiore che quando vi è equilibrio o debole prevalenza di un sesso e, in questo caso, superiore che quando vi è una forte prevalenza di femmine.

Viceversa la percentuale delle nubili è in media più elevata quando vi è nella famiglia una forte prevalenza di femmine che quando vi è prevalenza debole o nulla di un sesso e in quest'ultimo caso, più elevata che quando vi è forte prevalenza di maschi.

TAVOLA XX.

Dati relativi a 9 provincie.

COMBINAZIONE DEI SESSI NELLA PROLE	Celibi		Numero effettivo dei celibi % del numero teorico		Sopravviventi		Numero effettivo di sopravviventi % del numero teorico	
	% sopravviventi		M 1	F 2	% nati		M 5	F 6
	M 3	F 4			M 7	F 8		
Tutti maschi	21,3	—	95,4	—	60,0	—	98,3	—
Forte prevalenza di di maschi	22,6	18,2	101,1	94,6	59,7	64,0	100,5	100,3
Prevalenza di un sesso debole o nulla.....	22,4	19,1	99,7	100,0	59,1	63,8	100,0	100,1
Forte prevalenza di femmine.....	21,8	19,7	97,7	103,1	58,7	63,9	98,8	99,7
Tutte femmine	—	17,4	—	92,0	—	66,8	—	101,9

TAVOLA XXI.

Dati relativi a 9 provincie.

FAMIGLIE CON FIGLI	Celibi		Sopravviventi a 35 anni	
	% sopravviventi a 35 anni		% figli nati almeno 35 anni prima della data d'inchiesta	
	M 1	F 2	M 3	F 4
7.....	22,93	19,13	62,03	66,85
8.....	21,97	19,25	60,60	64,83
9.....	21,87	18,37	59,64	64,27
10.....	22,03	18,45	58,33	62,78
11.....	22,92	18,90	58,00	61,77
12.....	21,55	19,97	54,65	60,13
13.....	23,40	21,47	52,25	57,96
14.....	27,57	23,95	52,96	56,39
15.....	26,27	23,85	50,86	59,08
16-17.....	26,31	26,32	49,03	58,05
18-21.....	24,64	36,67	45,10	50,42
TOTALE...	22,40	19,14	59,32	63,91

TAVOLA XXII.
Dati relativi a 20 Province.

COMBINAZIONI DEI SESSI NELLA PROLE	Celibiti		Numero effettivo dei celibiti % del numero teorico		Sopravviventi % nati		Numero effettivo di sopravviventi % del numero teorico	
	M	F	M	F	M	F	M	F
	1	2	3	4	5	6	7	8
Tutti maschi.....	21,82	—	96,41	—	60,85	—	98,34	—
Forte prevalenza di maschi.....	22,75	18,37	100,94	96,46	60,50	64,96	100,25	100,33
Prevalenza di un sesso debole o nulla.....	22,52	19,00	99,56	99,63	60,08	64,64	100,20	100,16
Forte prevalenza di femmine.....	22,24	19,46	98,63	102,43	59,49	64,72	98,63	99,60
Tutte femmine.....	—	19,10	—	101,37	—	66,64	—	99,87

TAVOLA XXIII.
Dati relativi a 20 Province.

FAMIGLIE CON FIGLI	Celibiti % sopravviventi a 35 anni		Sopravviventi a 35 anni % figli nati almeno 35 anni prima della data d'inchiesta	
	M	F	M	F
	1	2	3	4
7	22,94	19,11	62,84	67,84
8	22,02	18,95	61,68	66,19
9	22,52	18,59	60,47	64,96
10	22,07	18,55	58,89	63,21
11	23,50	18,75	58,02	61,73
12	22,02	19,52	55,64	60,20
13	22,47	20,83	53,25	57,88
14	26,81	23,59	52,92	57,70
15	27,09	28,28	51,23	58,14
16-17.....	23,00	24,05	48,40	53,77
18-21.....	26,61	29,59	44,86	49,50
TOTALE....	22,57	19,04	60,18	64,73

Questi risultati corrispondono all'aspettativa, almeno per quanto riguarda le femmine, che, secondo l'impressione comune, è più difficile maritare quando sono in molte. D'altra parte, però, quando si hanno tutte femmine, e analogamente quando si hanno tutti maschi, la percentuale delle nubili, e, rispettivamente dei celibi, risulta inferiore che in ogni altra categoria.

A questi dati potrebbe farsi l'obbiezione che le varie categorie che abbiamo distinto secondo la diversa composizione dei sessi sono diversamente assortite per quel che riguarda la prolificità delle famiglie, le combinazioni estreme divenendo naturalmente tanto più improbabili, quanto più la prole è numerosa.

Abbiamo perciò calcolato il numero teorico dei celibi che si sarebbe verificato qualora, nei vari gruppi di famiglie, distinti secondo il numero dei figli (con 7, con 8, con 9 figli, ecc.) si fosse verificata, per ognuna delle cinque categorie considerate, la stessa percentuale di celibi quale si è verificata nell'insieme del gruppo, percentuale che è indicata nella Tavola XXI. A tale numero teorico abbiamo poi ragguagliato il numero effettivo dei celibi e le percentuali rispettive sono esposte alle colonne 3 e 4. Esse confermano pienamente i risultati delle colonne 1 e 2.

Nelle colonne 5 e 6 sono contenute le percentuali dei sopravviventi sui nati. Si nota un sopravvivenza nettamente più elevata, per le femmine, tra le famiglie con tutte femmine, e per i maschi nelle famiglie con tutti maschi.

Per i maschi si verificherebbe poi una diminuzione regolare col diminuire della proporzione dei maschi nella prole, mentre simile regolarità non si riscontra per le femmine.

Qui diventa però particolarmente importante di eliminare l'influenza della diversa prolificità delle famiglie, in quanto, come si è detto, le famiglie più prolifiche hanno minore probabilità di presentare le combinazioni esclusive od estreme, e, d'altra parte, nelle famiglie più prolifiche risulta minore la sopravvivenza, come è confermato, per le 9 Province considerate, dai dati della Tavola XXI.

Ora, se si ragguaglia il numero effettivo dei sopravviventi al numero teorico che si sarebbe ottenuto qualora in ciascuna delle cinque categorie le famiglie aventi un certo numero di figli avessero presentato la stessa sopravvivenza che il totale delle famiglie aventi questo numero di figli, si perviene ai dati delle colonne 7 ed 8, in cui la regolarità trovata per i maschi scompare, in quanto la cate-

goria con tutti maschi, anzi che il massimo della sopravvivenza verrebbe a presentare il minimo, mentre persistono le irregolarità per i dati delle femmine.

Non si poteva però escludere che siffatte irregolarità potessero dipendere dal numero limitato delle osservazioni, per modo che valeva la pena di estendere ad un numero maggiore di Provincie questa prima ricerca di saggio.

Furono perciò considerate, oltre alle 9 sopra indicate, altre 11 Provincie: Trieste, Bologna, Pavia, Parma, Imperia, Siena, Teramo, Roma, Avellino, Cosenza e Siracusa. I risultati per il complesso delle 20 Provincie sono contenuti nelle Tavole XXI e XXII; essi non mostrano sostanziali differenze da quelli già esposti nelle Tavole XX e XXI. La sola differenza sostanziale riguarda la colonna 8, in cui il rapporto del numero effettivo dei sopravviventi al numero teorico raggiunge il massimo nelle famiglie con forte prevalenza di maschi, anzichè nelle famiglie con tutte femmine, mostrando così, anche per le femmine, un comportamento nettamente diverso da quello della percentuale dei sopravviventi sui nati, indicata alla colonna 6.

La sostanziale coincidenza dei risultati delle Tavole XX e XXI, relativi a 9 Provincie, con quelli delle Tavole XXII e XXIII, relativi a 20 Provincie, rende plausibile ritenere che le differenze riscontrate, per quanto lievi, non siano accidentali.

In considerazione appunto del significato di tale concordanza, abbiamo ritenuto che valesse la pena di riprodurre, oltre i risultati complessivi per le 20 Provincie, anche quelli del primo saggio relativi a 9 Provincie soltanto.

CORRADO GINI

Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali

Gli studi sopra la riproducttività differenziale delle varie classi sociali sono spesso basati sopra il numero medio dei figli che queste presentano per matrimonio, sia considerando tutti i nati (produttività matrimoniale linda), sia considerando solo i sopravviventi all'epoca della rilevazione (produttività matrimoniale netta) oppure ad una certa età, per esempio a 5 o a 12 anni.

Più di rado, e spesso, come vedremo, con dati non rispondenti, si cerca di tener conto delle differenze fra la nuzialità delle varie classi sociali, differenze le quali, tuttavia, non sono meno importanti delle differenze nella produttività matrimoniale, allo scopo di ottenere l'esatta misura della riproducttività differenziale.

I dati sulla nuzialità differenziale non sono generalmente rispondenti allo scopo, in quanto la distinzione tra le classi sociali deve in pratica basarsi sulle occupazioni professionali e queste variano secondo le età: talune occupazioni in particolare sono caratteristiche della condizione di celibe e vengono di solito abbandonate dopo le nozze. Tale è specialmente il caso per i servizi domestici: i dati che forniscono le percentuali dei celibi secondo le occupazioni professionali, mostrano una quota bassissima di coniugati fra le persone di servizio, ma questa constatazione non permette di escludere che la nuzialità di dette persone possa in definitiva essere anche molto elevata, in quanto esse si sposano per lo più dopo avere abbandonato il servizio.

In altre parole, le statistiche che danno la composizione della popolazione secondo lo stato civile, distintamente per le varie categorie professionali, sono adatte a mettere in luce l'influenza dell'occupazione professionale sullo stato civile e viceversa dello stato civile sulla professione, piuttosto che a decidere della diversa nuzialità delle varie classi sociali.

Per risolvere questa seconda questione, rispondono meglio i dati che danno la percentuale dei coniugati tra i figli di una data età, secondo la professione del capo-famiglia. Dati di questo tipo si sono potuti ricavare dall'inchiesta sulle famiglie numerose eseguita nel 1928 dall'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia, inchiesta di cui riferisco in altra relazione presentata a questo stesso Congresso (1). Essi permettono precisamente di determinare quanti su 100 figli sopravviventi a 35 anni, erano coniugati, nelle diverse categorie professionali. Le categorie professionali considerate sono 12, come si vede dalla tavola seguente. In questa sono indicate, per

Coniugati su 100 figli delle famiglie numerose sopravviventi a 35 anni distinti secondo il sesso e la professione del capo-famiglia.

CATEGORIE PROFESSIONALI	RAPPORTO dei coniugati ai sopravviventi		
	Maschi	Femmine	In complesso
Agricoltori di ogni specie	77, 0	80, 3	78, 6
Addetti ai trasporti ed affini	75, 4	76, 4	75, 9
Operai	74, 8	74, 3	74, 6
Persone di servizio e di fatica	72, 1	73, 3	72, 7
Venditori, esercenti, rappresentanti	71, 1	71, 5	71, 3
Personale subalterno dello Stato ed Enti pubblici	71, 8	68, 6	70, 2
Proprietari e benestanti	67, 7	70, 7	69, 1
Esercito, Marina, Aeronautica (escl. gli ufficiali)	67, 7	69, 3	68, 5
Industriali e commercianti	65, 6	66, 6	66, 1
Ufficiali, impiegati, pensionati	68, 1	61, 6	64, 9
Condizioni non professionali	61, 0	62, 3	61, 6
Professioni ed arti liberali, culto	62, 4	53, 8	58, 0

(1) Cfr. la relazione dal titolo *Altri risultati delle indagini sulle famiglie numerose italiane*. I dati considerati in detta relazione si riferiscono a 34 provincie. Per lo studio sulla nuzialità, la ricerca fu estesa ad altre 25 provincie, così che i dati di questa nota si riferiscono a 59 provincie e precisamente a quelle di: Bolzano, Trento, Belluno, Gorizia, Como, Bergamo, Novara, Vercelli, Milano, Treviso, Trieste, Verona, Venezia, Fiume, Pavia, Torino, Mantova, Rovigo, Cuneo, Piacenza, Parma, Ferrara, Bologna, Genova, Spezia, Zara, Imperia, Massa e Carrara, Forlì, Lucca, Firenze, Pesaro e Urbino, Ancona, Siena, Perugia, Ascoli Piceno, Grosseto, Teramo, Rieti, Chieti, Roma, Frosinone, Campobasso, Benevento, Napoli, Avellino, Bari, Nuoro, Potenza, Taranto, Lecce, Cagliari, Cosenza, Reggio di Calabria, Messina, Palermo, Trapani, Caltanissetta, Siracusa.

Il cartogramma annesso mostra come le 59 provincie considerate si distribuiscono sul territorio del Regno. La loro stessa distribuzione garantisce che i dati relativi all'insieme di dette provincie sieno rappresentativi di quelli per tutta la popolazione del Regno.

ogni categoria professionale, le percentuali dei coniugati sia distintamente per i due sessi, sia per l'insieme di questi. I dati sono poi raffigurati nel diagramma annesso, ove le professioni si succedono secondo l'ordine decrescente delle percentuali dei coniugati nell'insieme dei due sessi.

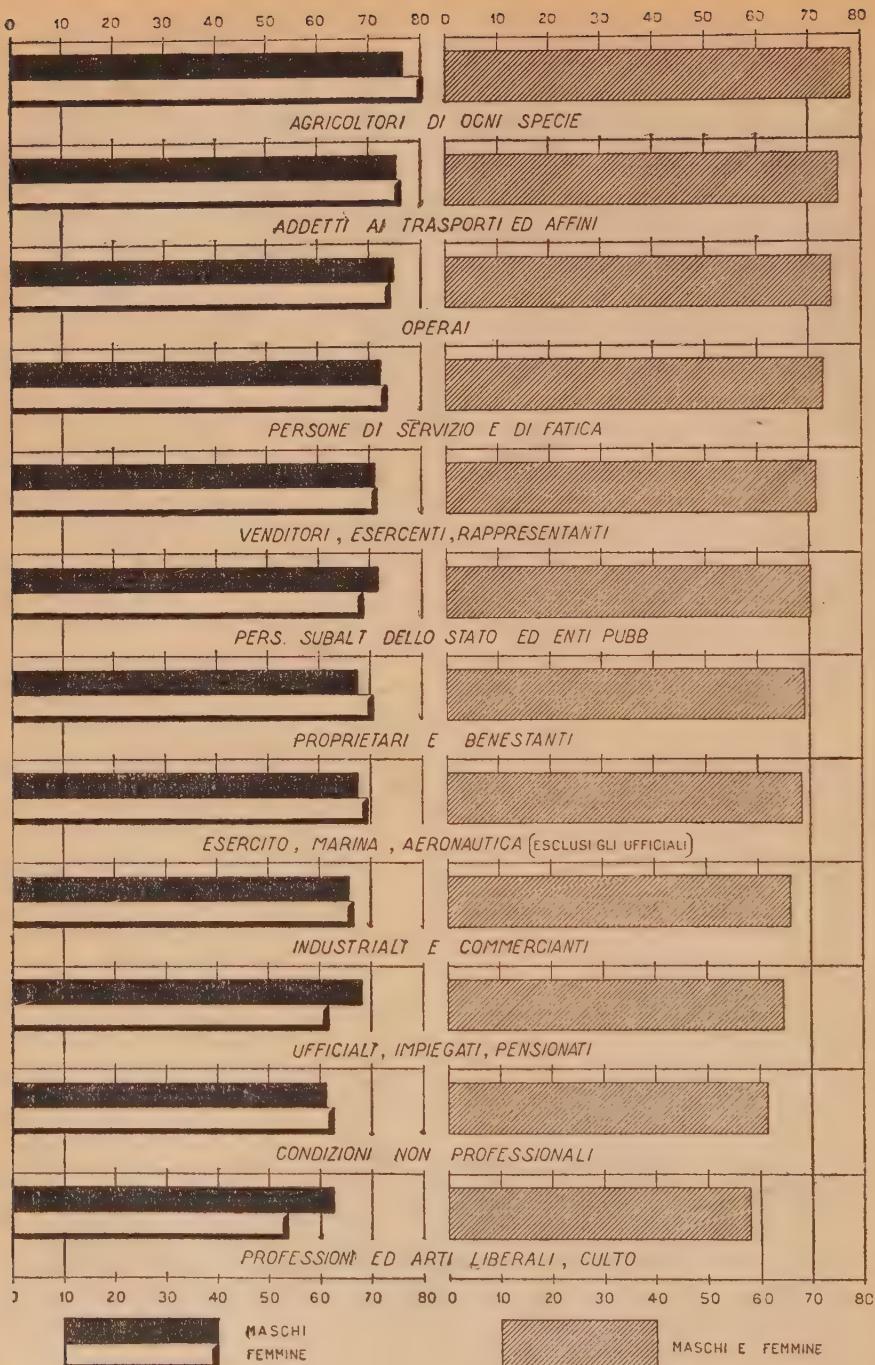
La percentuale massima si riscontra tra gli agricoltori di ogni specie (78,6 %), seguiti dagli addetti ai trasporti ed affini (75,9 %), dagli operai (74,6 %) e dalle persone di servizio e di fatica (72,7 %). Le percentuali minime si verificano, invece, nella categoria delle professioni ed arti liberali e del culto (58,0 %), nella categoria delle condizioni non professionali (61,6 %), fra gli ufficiali, impiegati e pensionati (64,9 %) e fra gli industriali e commercianti (66,1 %). In generale, può dirsi che le percentuali siano più elevate nelle classi sociali basse che nelle elevate, con differenze sensibili.

Appare anche che le persone addette all'agricoltura presentano una percentuale di coniugati più elevata di quelle addette all'industria; e così gli agricoltori di ogni specie (78,6 %) precedono gli operai (74,6 %), e i proprietari e benestanti, essenzialmente proprietari di terre, sopravanzano, con una percentuale del 69,1 % gli industriali e commercianti, che presentano una percentuale del 66,1 %.

È da rilevare, in particolare, come la categoria delle persone di servizio e di fatica mostri una percentuale elevata e occupi il quarto posto nella graduatoria, in sicuro contrasto con quanto si riscontra nelle classificazioni dello stato civile secondo la professione dei censiti.

Considerando separatamente i maschi e le femmine, appare che le differenze nella nuzialità secondo le categorie professionali sono per le femmine ancora più notevoli che per i maschi. Per i maschi, infatti, gli estremi sono del 77,0 %, per gli agricoltori di ogni specie, e del 61,0 %, per la categoria delle condizioni non professionali. Il massimo e minimo per le femmine, si riscontrano nelle categorie degli agricoltori di ogni specie (80,3 %) e delle professioni ed arti liberali e del culto (53,8 %). Le differenze nella nuzialità presentano dunque una ampiezza del 16,0 % per i maschi e del 26,5 % per le femmine.

È da tenersi presente che questi dati si riferiscono alle famiglie che alla data della rilevazione avevano o avrebbero avuto (qualora tutti fossero ancora viventi) sette o più figli, famiglie dunque particolarmente numerose. L'interesse dei risultati esposti fa sperare che dati consimili possano venire rilevati in avvenire anche per la popolazione complessiva.





CORRADO GINI

Un nuovo fattore di selezione matrimoniale ? L'ordine di generazione

Nello studio dei problemi della popolazione, a cui si è venuta da alcuni anni attribuendo la dovuta importanza, l'attenzione dei ricercatori e del pubblico si è rivolta con preferenza forse eccessiva, oltre che alle morti, alle nascite ed in particolare alla prolificità matrimoniale, lasciando un poco nell'ombra lo studio, non meno importante, della nuzialità.

Quale è la frequenza con cui si sposano gli appartenenti alle varie classi sociali, i componenti delle famiglie più o meno numerose, i primi o gli ultimi nati della stessa famiglia? La prima di tali questioni è esaminata in altra relazione presentata a questo stesso Congresso (1); la seconda e la terza formano oggetto di questa. Se essa prende il titolo dall'ultima questione, ciò è perchè i risultati raggiunti, nel suo esame, sono positivi e inattesi, mentre quelli dell'esame della seconda questione sono negativi, nel senso che non rivelano differenze sistematiche notevoli nella frequenza dei matrimoni tra famiglie numerose e non numerose, nè, entro le famiglie numerose, tra quelle che lo sono in grado maggiore o minore.

* * *

Per famiglie numerose si intendono quelle che hanno o hanno avuto almeno 7 figli. Esse formarono, per mia iniziativa, oggetto di apposita rilevazione, riferita al 30 giugno 1928-VI, da parte dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia.

Ai fini di determinare la nuzialità dei loro componenti, furono spogliati i dati per 59 Province (2), determinando la percentuale

(1) *Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali.*

(2) Nella relazione sopra citata *Sulla nuzialità differenziale*, ecc., sono indicate le 59 Province considerate e ne è anche messa in luce, mediante apposito cartogramma, la distribuzione territoriale.

dei coniugati sopra i figli che, alla data della rilevazione, avevano raggiunto i 35 anni di età. Trattasi complessivamente di 763.051 coniugati su 1.006.744 figli viventi a 35 anni, con una percentuale del 75,8 %. La percentuale risulta lievemente più bassa per i maschi (74,9 %) e più alta per le femmine (76,7 %). Queste percentuali non differiscono sensibilmente da quelle che dal censimento del 1921 si possono ricavare per la popolazione censita in età da 30 a 40 anni. Risulta, infatti, da questi dati, che la percentuale dei coniugati sarebbe stata del 74,5 % per i maschi, del 73,3 % per le femmine e del 73,8 % per l'insieme dei due sessi. Per i maschi, si ha, quindi, una percentuale approssimativamente uguale nella popolazione generale del Regno e nelle famiglie numerose delle 59 Province; per le femmine, invece, la percentuale è sensibilmente superiore nelle famiglie numerose, circostanza che innalza la media per i due sessi rispetto a quella della popolazione generale del Regno.

Non è impossibile che, estendendo la ricerca a tutte le 92 Province del Regno, le differenze risultino alquanto diverse, ma è probabile che essenzialmente non variino (1). Questi risultati mostrano in ogni modo che, nelle famiglie numerose, la nuzialità, desunta dalla percentuale dei coniugati tra i sopravviventi a 35 anni, non è minore che nella popolazione generale e risulta più elevata per le femmine che per i maschi, al contrario di quanto si verifica nella popolazione generale.

La Tavola I, oltre alle percentuali dei coniugati per il complesso delle famiglie numerose, contiene anche quelle per i singoli gruppi di famiglie distinte secondo il numero dei figli.

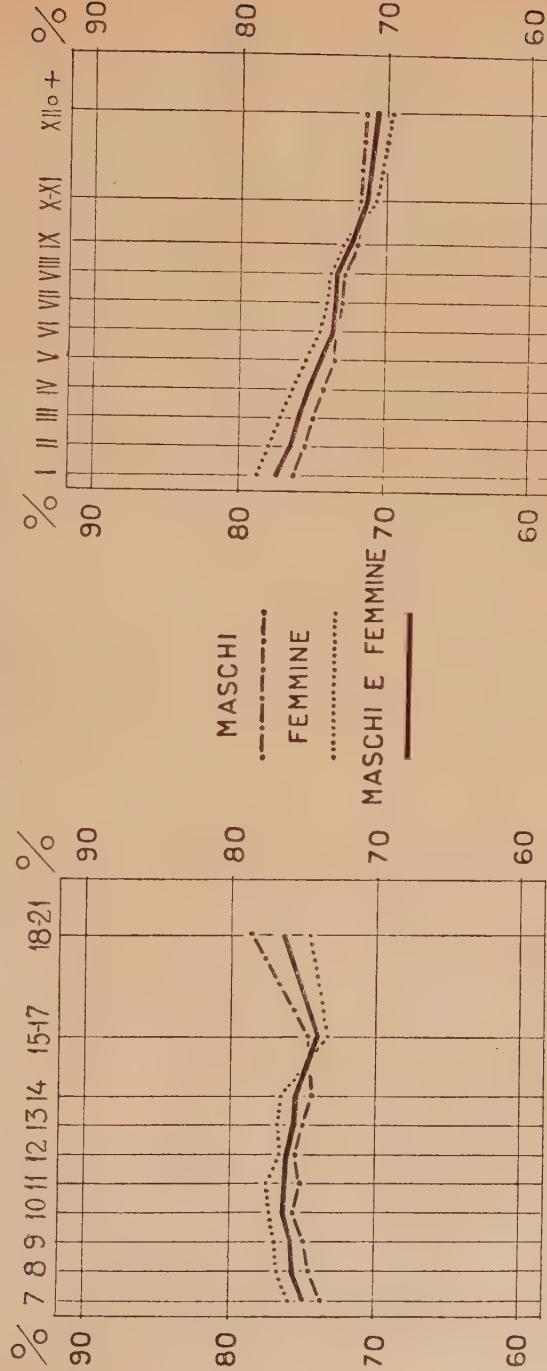
Appare da essa, e meglio dall'annesso diagramma (Grafico I), come non vi sia una tendenza regolare delle percentuali a crescere o a diminuire col numero dei figli della famiglia. Sia per i maschi che per le femmine, si nota però che le percentuali crescono sino alle famiglie con 10 od 11 figli, per poi decrescere sino al gruppo di famiglie con 15-17 figli, e mostrare infine una notevole ripresa nel gruppo di famiglie con 18-21 figli.

(1) Prima di estendere le elaborazioni per le famiglie numerose alle 59 Province, esse erano state eseguite per 34 Province. Per queste le percentuali risultarono del 72,3 % per i maschi, del 74,4 % per le femmine e del 73,4 % per l'insieme dei due sessi. Cfr. la conferenza *Nuovi risultati delle indagini sulle famiglie numerose italiane* tenuta all'Istituto Nazionale delle Assicurazioni il 27 febbraio di quest'anno, che sarà pubblicata negli Atti del detto Istituto. L'aggiunta di 25 Province ha fatto dunque innalzare le percentuali di poco più di due punti.

GRAFICO I.

Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni, secondo il numero dei figli della famiglia, secondo l'ordine di generazione e il sesso.

GRAFICO III.



119

TAVOLA I.

**Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni, secondo il numero
dei figli della famiglia e il sesso.**

FAMIGLIE	Maschi	Femmine	Maschi e Femmine
con 7 figli	73,9	75,9	74,9
» 8 »	74,7	76,8	75,8
» 9 »	75,0	77,0	76,0
» 10 »	75,8	77,3	76,5
» 11 »	75,2	77,5	76,3
» 12 »	75,7	76,6	76,2
» 13 »	75,1	76,7	75,9
» 14 »	74,6	76,5	75,6
» 15-17 »	74,8	73,4	74,1
» 18-21 »	78,7	74,6	76,6
COMPLESSO...	74,9	76,7	75,8

L'andamento risulta analogo per i due sessi, con la differenza però che, sino alle famiglie con 14 figli, sono più elevate le percentuali per le femmine e, nelle famiglie più numerose, invece, sono più elevate quelle per i maschi. L'analogia dell'andamento per i due sessi, farebbe pensare ad una connessione sistematica della frequenza del matrimonio con il numero dei figli della famiglia, ma l'esame dei dati, fatto distintamente secondo la professione del capofamiglia (1) mostra che, entro le singole categorie professionali, tale andamento non si ripete e induce quindi a supporre che esso sia

(1) Le categorie professionali considerate sono 12: si elencano qui nello stesso ordine in cui sono disposte nel diagramma, vale a dire secondo la percentuale decrescente di coniugati nell'insieme dei due sessi:

- Agricoltori di ogni specie;
- Addetti ai trasporti ed affini;
- Operai;
- Persone di servizio e di fatica;
- Venditori, esercenti, rappresentanti;
- Personale subalterno dello Stato ed Enti pubblici;
- Proprietari e benestanti;
- Addetti all'Esercito, alla Marina, all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali);
- Industriali e commercianti;
- Ufficiali, impiegati, pensionati;
- Condizioni non professionali;
- Professioni ed arti liberali, culto.

piuttosto la conseguenza del fatto che le varie categorie professionali intervengano con diversa frequenza nei gruppi di famiglie con diverso numero di figli.

La Tavola II infatti, e il relativo diagramma (Grafico II), ci mostrano come in nessuna delle categorie professionali, salvo forse in quella, non molto importante, degli addetti all'Esercito, alla Marina e all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali), si ripeta un andamento simile a quello che abbiamo trovato per ciascuno dei due sessi nel complesso delle famiglie numerose.

Per gli agricoltori di ogni specie, per gli operai, per le persone di servizio e di fatica, per gli appartenenti alle professioni ed arti liberali ed al culto, per gli ufficiali, impiegati e pensionati e per i proprietari e benestanti, può dirsi che le percentuali dei coniugati non presentino alcuna variazione sistematica col crescere del numero dei figli della famiglia, le lievi oscillazioni che si notano potendo attribuirsi al numero limitato delle osservazioni.

È da notarsi che, delle 6 categorie nominate, 3 rappresentano le classi più basse (agricoltori di ogni specie, operai, persone di servizio e di fatica) e le altre 3 appartengono alle classi più elevate. Cosicchè può affermarsi che la indipendenza della frequenza del matrimonio dal numero dei figli, si verifica, nelle famiglie numerose, così per le classi più basse come per le classi più elevate. Delle altre 6 categorie professionali, 5 mostrano una tendenza più o meno regolare e accentuata delle percentuali dei coniugati a crescere col crescere del numero dei figli della famiglia; solo la categoria degli addetti all'Esercito, alla Marina e all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali), presenta, attraverso notevoli oscillazioni, una tendenza delle percentuali a crescere fino alle famiglie con 11 figli e poi a diminuire. Può dunque dirsi che in una metà circa delle categorie professionali (tra cui però conviene ricordare che si trovano quelle degli agricoltori di ogni specie e degli operai che sono di gran lunga le più numerose) la frequenza dei matrimoni non varia col crescere del numero dei figli della famiglia, mentre nella maggior parte delle altre, essa cresce col numero dei figli.

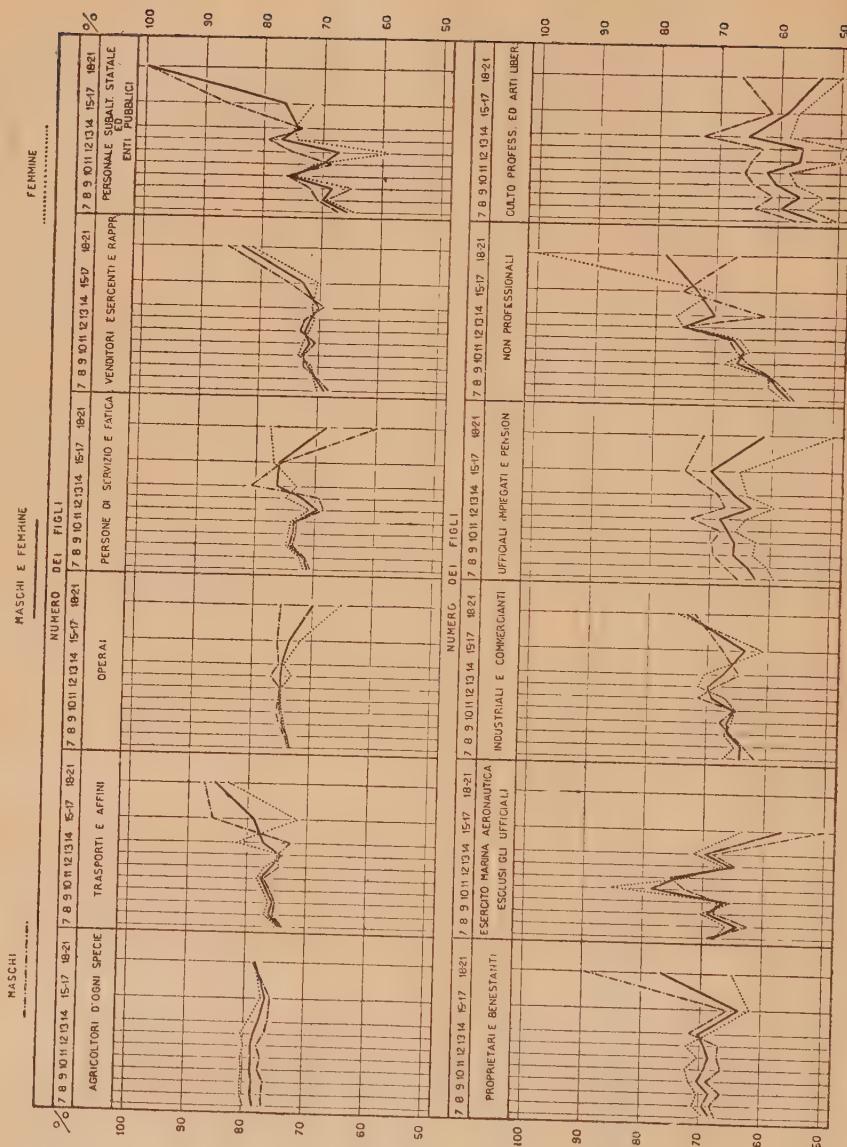
Dall'insieme della ricerca, si ricava l'impressione che la prolificità, anche altissima, delle famiglie, non costituisce un ostacolo alla frequenza del matrimonio, ma anzi, sia che ciò avvenga per una influenza diretta, sia (e forse più probabilmente) per la connessione con circostanze comuni, essa si associa, in alcune categorie professionali ad una percentuale di coniugati più elevata.

TAVOLA II.

Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni, secondo il numero dei figli della famiglia
il sesso e la professione del rispettivo capo.

CATEGORIE PROFESSIONALI	SESSO	FAMIGLIE CON FIGLII								
		7	8	9	10	11	12	13	14	15-17
Agricoltori di ogni specie	M	76,7	76,9	76,7	77,5	77,1	77,8	76,6	76,0	75,7
	F	79,9	80,4	80,5	80,3	80,6	80,0	80,5	79,5	77,3
	M e F	78,3	78,7	78,6	78,9	78,8	78,9	78,6	77,8	78,6
Addetti ai trasporti ed affini	M	74,0	75,7	75,3	76,1	77,3	74,8	75,0	72,9	87,5
	F	74,5	77,1	76,4	77,3	78,4	77,2	74,0	81,9	83,3
	M e F	74,2	76,4	75,8	76,7	77,8	76,0	74,5	77,6	79,1
Operai	M	73,4	74,3	75,3	75,9	75,6	75,3	76,9	75,6	75,9
	F	73,7	74,2	74,4	74,9	75,1	75,0	73,4	74,7	72,0
	M e F	73,6	74,2	74,9	75,4	75,3	75,2	75,1	75,1	65,2
Persone di servizio e di fatica	M	70,7	71,6	73,8	73,2	73,1	68,6	69,4	80,9	75,7
	F	71,9	72,5	74,8	74,5	74,0	71,1	75,1	73,1	60,0
	M e F	71,3	72,0	74,3	73,9	73,6	69,9	72,2	76,6	77,8
Venditori, esercenti, rappresentanti	M	68,2	70,1	72,6	72,6	70,7	73,2	72,5	69,3	68,4
	F	70,1	70,9	71,2	73,4	72,7	71,8	70,8	71,3	85,7

GRANICO II.
Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni, secondo il numero dei figli della famiglia,
il sesso e la professione del rispettivo capo.



* * *

Se nel diagramma (Grafico II), si confrontano le curve relative ai maschi e quelle relative alle femmine, si nota che in 4 categorie professionali (professioni ed arti liberali, culto; ufficiali, impiegati e pensionati; personale subalterno dello Stato ed Enti pubblici; operai), la percentuale dei coniugati risulta, per tutti o quasi i gruppi di famiglie, nettamente inferiore tra le femmine che tra i maschi; viceversa, negli agricoltori di ogni specie, nelle persone di servizio e di fatica, la percentuale delle femmine coniugate risulta quasi senza eccezione superiore alla corrispondente percentuale dei maschi. Per le altre categorie professionali, infine, le due curve si intrecciano: se nel complesso delle famiglie la percentuale dei coniugati risulta, anche per queste categorie, superiore per il sesso femminile (1), ciò è quasi sempre dovuto alla circostanza che tale superiorità si verifica per le famiglie con un numero minore di figli, che sono naturalmente le più frequenti.

* * *

Di particolare interesse sono i risultati dell'elaborazione dei dati secondo l'ordine di generazione, nel complesso delle famiglie. La Tavola III e il relativo diagramma (Grafico III), mettono in luce come la percentuale dei coniugati diminuisca regolarmente e quasi senza eccezioni dal primogenito fino al 13º nato, e ciò sia per i maschi che per le femmine. Per gli ordini di generazione più elevati, si noterebbe, per entrambi i sessi, un sensibile aumento, ma il numero dei casi è troppo piccolo perché si possa dare ad esso importanza. Perciò, nel diagramma, i dati per l'ordine di generazione dal 12º in poi sono stati riuniti in un solo gruppo.

La diminuzione è sensibile per i maschi, in cui la percentuale scende dal 76,3 % per i primogeniti al 71,6 % per i nati dal 12º ordine di generazione in poi, ma è molto più forte per le femmine per cui la diminuzione va rispettivamente dal 78,8 % al 69,8 %.

Se l'influenza dell'ordine di generazione si considera separatamente per i singoli gruppi di famiglie, come è fatto nella Tavola IV e nel relativo diagramma (Grafico IV), la regolarità della diminuzione si accentua, almeno fino alle famiglie con 13 figli. Per le famiglie con

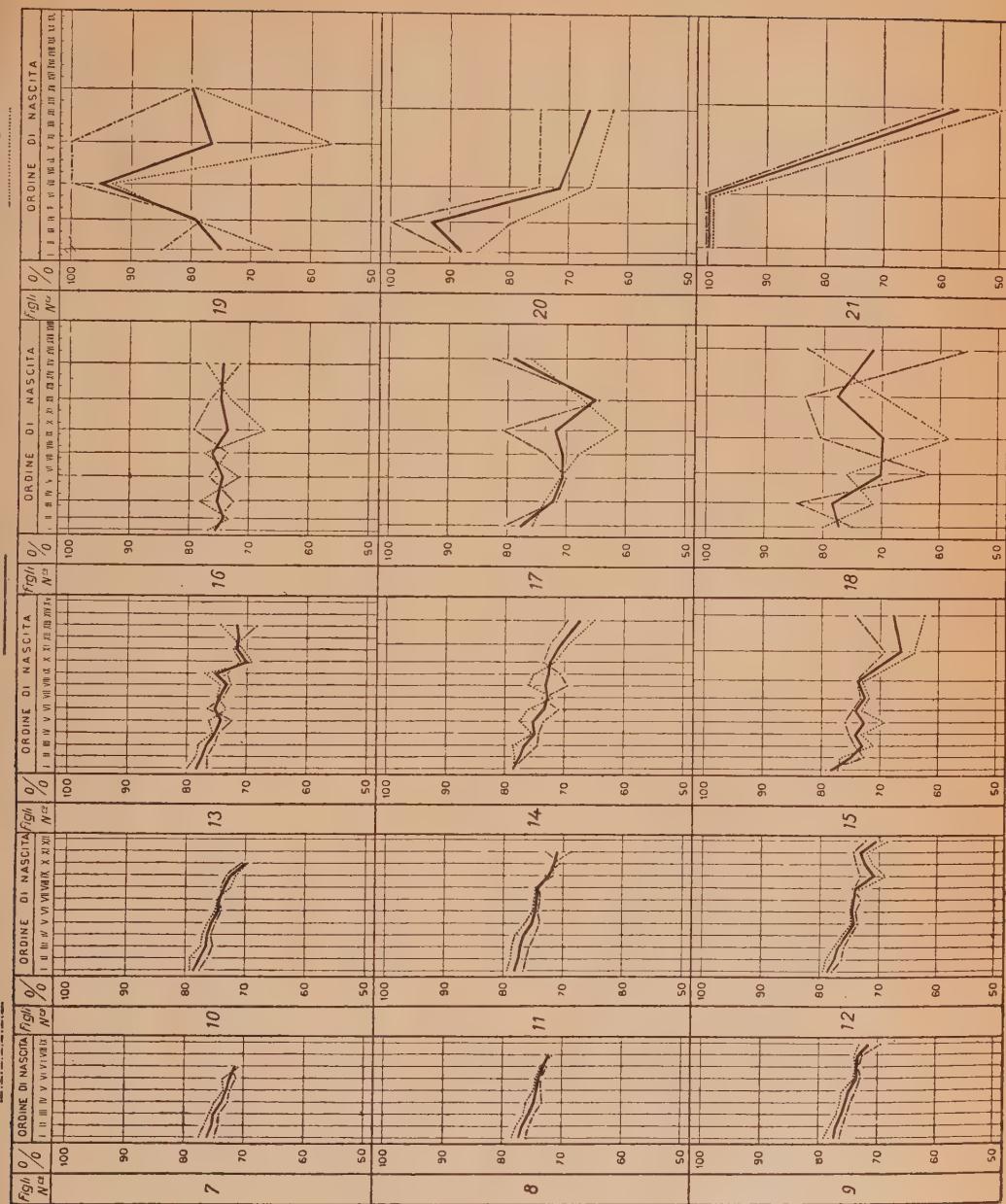
(1) Cfr. la citata relazione *Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali*.

numero superiore di figli, il numero limitato dei casi ha indotto ad operare alcuni raggruppamenti, i quali, per le famiglie che hanno 14 e 15 figli, hanno messo in luce la stessa regolarità che per i gruppi delle famiglie con un numero di figli minore. Nelle famiglie con 16 figli e più, malgrado i raggruppamenti, persistono irregolarità notevoli che si possono con tutta verosimiglianza attribuire al numero molto limitato delle osservazioni.

TAVOLA III.

**Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni, secondo l'ordine
di generazione e il sesso.**

ORDINE DI GENERAZIONE	Maschi	Femmine	Maschi e Femmine
1º nato	76,3	78,8	77,5
2º »	75,6	78,0	76,8
3º »	75,0	77,1	76,0
4º »	74,2	76,3	75,2
5º »	73,7	75,3	74,5
6º »	73,4	74,4	73,9
7º »	73,3	73,7	73,5
8º »	73,4	73,5	73,4
9º »	72,3	72,4	72,4
10º »	71,8	70,6	71,2
11º »	72,6	70,4	71,5
12º »	71,1	70,3	70,7
13º »	71,3	67,3	69,4
14º »	72,4	69,8	71,1
15º e oltre	76,9	74,4	75,5
10º e 11º	72,0	70,6	71,3
12º e oltre	71,6	69,8	70,7
TOTALE...	74,9	76,7	75,8



Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni (M e F), secondo

ORDINE DI GENERAZIONE	F A M I G L I E				
	7	8	9	10	11
1º nato	76,3	77,4	77,7	78,8	78,2
2º »	75,6	76,8	77,1	77,8	77,6
3º »	75,1	75,8	76,2	76,6	77,3
4º »	73,9	74,8	75,6	76,5	76,7
5º »	73,0	74,3	75,0	75,7	75,2
6º »	72,5	74,0	73,7	74,7	74,8
7º »	71,6	73,1	73,7	74,3	74,5
8º »		72,2	73,6	73,4	74,1
9º »			71,5	72,5	72,7
10º »				70,0	71,5
11º »					71,0
12º »					
13º »					
14º »					
15º »					
16º »					
17º »					
18º »					
19º »					
20º »					
21º »					
TOTALE ...	74,9	75,8	76,0	76,5	76,3

TAVOLA IV.

numero dei figli della famiglia e l'ordine di generazione.

NON FIGLI										
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
78,9	78,5	78,8	78,6	75,8	{ 77,9	{ 77,4	{ 75,0	{ 88,2	{ 100,0	
77,8	77,8	77,7	75,1	74,4						
77,1	76,9	77,0	73,1	{ 75,5	{ 72,5	{ 78,7	{ 79,5	{ 93,3		
75,9	75,2	75,1	74,4							
74,5	74,5	75,5	73,0	{ 74,3	{ 70,9	{ 70,3				
74,8	75,3	73,8	74,2							
74,3	74,6	73,0	72,9	{ 76,1	{ 70,9		{ 95,2	{ 71,4		100,0
74,1	73,8	73,1	{ 74,0							
73,1	75,6	72,9		{ 73,5	{ 72,0	{ 70,0				
72,7	70,4	72,8								
70,3	72,0	{ 70,9	{ 66,7				{ 76,9			
69,4	71,7			{ 74,9	{ 65,9	{ 77,8				
71,8	{ 67,5							{ 66,7		57,1
			{ 68,0	{ 74,4	{ 79,2	{ 71,4	{ 80,0			
5,2	75,9	75,6	73,9	75,0	73,4	74,8	80,3	81,0	86,4	

La Tavola V e il relativo diagramma (Grafico V), mostrano, infine, le variazioni delle percentuali dei coniugati secondo l'ordine di generazione nelle varie categorie professionali. Per parecchie categorie (professioni ed arti liberali, culto; industriali e commercianti; addetti ai trasporti ed affini; addetti all'Esercito, alla Marina, all'Aeronautica, esclusi gli ufficiali; agricoltori di ogni specie), la diminuzione delle percentuali col crescere dell'ordine di generazione appare nettamente, mentre nelle altre categorie nessuna regolarità si manifesta (personale subalterno dello Stato ed Enti pubblici; ufficiali, impiegati e pensionati; venditori, esercenti e rappresentanti; persone di servizio e di fatica; proprietari e benestanti; operai) salvo nella categoria delle condizioni non professionali, la quale mostra una tendenza all'aumento delle percentuali col crescere dell'ordine di generazione. La spiegazione di questa tendenza può risiedere nella eterogeneità della detta categoria delle condizioni non professionali, essendovi comprese famiglie appartenenti a classi sociali molto diverse, di cui verosimilmente quelle più elevate forniscono soprattutto le famiglie meno numerose e presentano quote di coniugati più basse e le altre presentano quote di coniugati più elevate e più alta prolificità. Dai dati dell'inchiesta, che sono comunicati in altra relazione (1), appare infatti che la percentuale dei coniugati è generalmente più elevata per le classi basse in confronto delle più elevate.

Se risultasse confermato che la probabilità di sposarsi diminuisce con l'ordine di generazione, ci troveremmo di fronte ad un risultato importante da vari punti di vista.

Una selezione matrimoniale di intensità sensibile avrebbe luogo a favore dei primi nati: questa circostanza avrebbe per effetto di diminuire l'influenza perturbatrice che l'adulterio esercita nella trasmissione dei caratteri delle famiglie, in quanto è ben noto che esso è molto più frequente per i nati successivi che non per i primi.

Dovremmo ancora tener conto di tale circostanza nel calcolare l'intervallo che passa tra le varie generazioni, poiché una minore probabilità di sposarsi dei figli con ordine di generazione più elevato avrebbe per effetto che l'intervallo medio, che intercede tra la nascita dei genitori e quella dei figli, sommato all'intervallo medio tra la nascita della prole che si sposa e quella dei loro figli, non sarebbe uguale, ma superiore, all'intervallo medio tra la nascita dei genitori

(1) *Sulla nuzialità differenziale delle varie classi sociali.*

Coniugati su 100 sopravviventi a

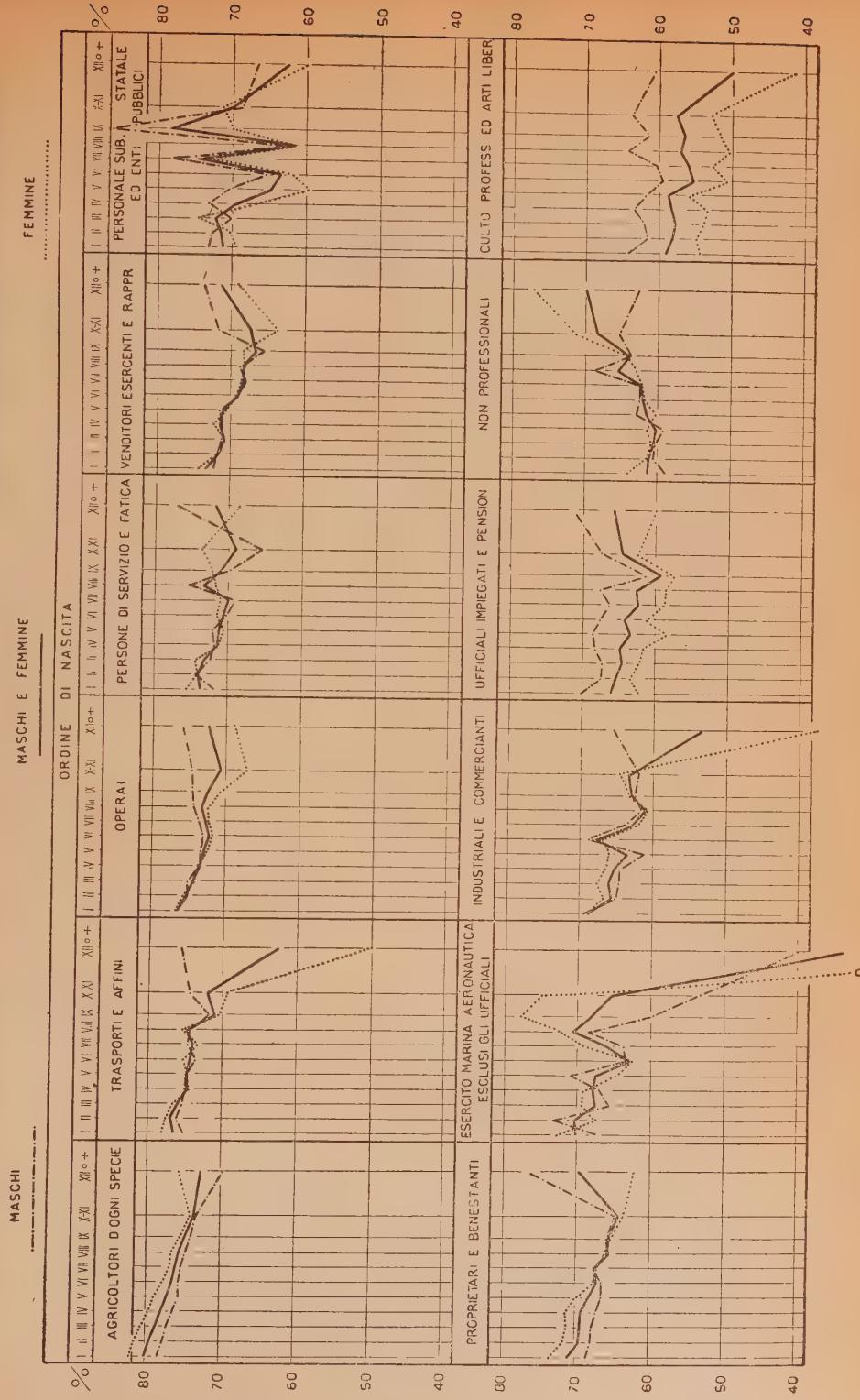
ORDINE DI GENERA- ZIONE													V	
	Agricoltori di ogni specie			Addetti ai trasporti ed affini			Operai			Persone di servizio e di fatica				
	M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F		
1 ^o nato....	78,4	82,1	80,2	75,4	78,3	76,8	76,5	76,7	76,6	71,8	75,6	73,7	72,	
2 ^o "	77,8	81,6	79,7	76,4	77,9	77,2	75,2	75,6	75,4	74,2	74,1	74,1	71,	
3 ^o "	77,2	80,7	78,9	75,7	76,9	76,3	75,0	74,1	74,5	72,2	74,3	73,2	71,	
4 ^o "	76,4	79,9	78,1	75,2	74,7	74,9	73,5	73,6	73,5	71,7	71,4	71,5	71,	
5 ^o "	75,6	79,0	77,3	75,0	74,9	74,9	73,4	72,6	73,0	72,0	70,5	71,2	71,	
6 ^o "	75,6	78,0	76,8	73,8	75,4	74,6	73,0	71,7	72,3	70,1	71,5	70,8	69,	
7 ^o "	75,4	77,0	76,2	74,9	73,4	74,2	73,6	72,2	72,9	69,1	71,0	70,0	68,	
8 ^o "	74,9	76,8	75,8	74,8	75,3	75,1	74,3	72,3	73,3	75,3	71,7	73,4	68,	
9 ^o "	74,1	75,8	75,0	72,0	70,6	71,3	74,5	70,8	72,6	70,0	72,1	71,0	65,	
10 ^o e 11 ^o ..	73,3	74,2	73,8	74,6	69,5	72,2	74,6	67,3	70,8	65,5	73,7	69,1	71,	
12 ^o e oltre.	69,9	75,8	72,9	75,8	50,0	62,7	76,0	68,8	72,3	77,3	68,6	71,9	73,	

TAVOLA V.

professione del capofamiglia.

ddetti all'Esercito, alla Marina, all'Aeronautica (esclusi gli ufficiali)			Industriali e commercianti			Ufficiali, impiegati e pensionati			Condizioni non professionali			Professioni ed arti liberali, culto		
			F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F	M	F	M e F	M
4	72, 9	70, 1	69, 5	68, 7	69, 1	70, 1	62, 2	66, 1	59, 0	64, 2	61, 5	64, 2	54, 5	59, 2
2	67, 8	70, 4	65, 1	66, 6	65, 9	67, 4	63, 5	65, 5	60, 8	61, 8	61, 3	61, 8	55, 0	58, 4
8	69, 4	67, 6	64, 6	67, 7	66, 1	67, 2	62, 2	64, 7	60, 4	61, 0	60, 7	62, 1	54, 0	58, 0
0	69, 1	68, 0	64, 5	66, 6	65, 5	68, 3	61, 7	65, 0	59, 3	61, 5	60, 4	63, 5	53, 4	58, 3
8	64, 8	67, 6	61, 1	66, 1	63, 7	68, 7	58, 7	63, 5	63, 0	60, 3	61, 7	61, 8	56, 0	58, 9
4	62, 7	63, 0	68, 9	67, 1	68, 0	67, 7	61, 3	64, 4	62, 5	61, 9	62, 2	59, 7	50, 9	55, 4
8	69, 4	66, 1	63, 7	62, 4	63, 0	66, 4	59, 0	62, 5	62, 5	62, 3	62, 4	60, 3	52, 6	56, 1
6	72, 5	70, 7	61, 7	60, 7	61, 1	67, 8	58, 8	62, 9	68, 5	63, 0	65, 8	64, 2	50, 3	57, 1
0	77, 8	68, 4	62, 7	63, 2	63, 0	61, 2	57, 6	59, 4	63, 8	64, 4	64, 1	61, 4	51, 5	56, 6
8	75, 0	65, 5	62, 0	64, 6	63, 4	67, 3	62, 6	64, 8	65, 4	71, 4	68, 4	63, 9	52, 8	57, 8
0	0	33, 3	65, 6	37, 5	53, 6	71, 4	60, 0	66, 0	62, 9	77, 1	70, 0	60, 7	41, 2	50, 0

Coniugati su 100 sopravviventi a 35 anni, secondo l'ordine di generazione, il sesso e la professione del capo-famiglia.



e la nascita dei loro nipoti. Ora tali intervalli medi, che misurano la durata delle generazioni, hanno grande importanza per le ricerche scientifiche sia nel campo demografico che in quello economico.

Sorge però un dubbio, che i nostri dati non permettono di eliminare. Poichè essi si riferiscono ai figli delle famiglie numerose che alla data della rilevazione avevano 35 anni, si intende come gli ultimi nati dovevano avere compiuto i 35 anni da un tempo minore dei primi. Essi rispecchiano dunque, rispetto alla nuzialità, una condizione non contemporanea a quella dei loro fratelli maggiori, ma più recente. Resta il dubbio se la minor quota di coniugati, che tra essi si verifica, sia dovuta ad una influenza verace dell'ordine di generazione o non piuttosto al fatto che la nuzialità sia venuta diminuendo negli ultimi tempi. Tale diminuzione non si verifica affatto nella popolazione generale italiana, dove i coefficienti di nuzialità generale (rapporto dei matrimoni alla popolazione) si mantengono, a parte l'influenza della guerra e del dopoguerra, sostanzialmente allo stesso livello dall'anno 1872, per cui si hanno i primi dati per il Regno, fino al giorno d'oggi. È certo questo un forte argomento per far credere che anche per le famiglie numerose non si sia verificata una diminuzione della nuzialità, che possa rendere ragione delle variazioni delle percentuali dei coniugati secondo l'ordine di generazione. Ma, poichè non può escludersi a *priori* che le famiglie numerose si siano comportate, da questo punto di vista, diversamente dalla popolazione generale, abbiamo ritenuto di dover segnalare la possibile influenza di tale circostanza perturbatrice.

TILLA VULHOPP

Le développement de la population belge depuis 1830

Au cours de son premier siècle d'existence indépendante, la Belgique n'a cessé d'être l'un des pays où la population est la plus dense. Elle compte actuellement 265 habitants par km. carré. Le nombre de ses habitants est allé s'élevant presque régulièrement. En 1830 il était d'environ 3.800.000, il est aujourd'hui d'environ 8.100.000. D'un recensement décennal à l'autre, on a relevé les accroissements suivants :

1856	4,44 %
1866	6,50 »
1876	10,53 »
1880	3,44 » (pour une période de 4 ans).
1890	9,95 »
1900	10,28 »
1910	10,91 »

En 1920 la guerre avait amené un léger recul ; le recensement de 1930 nous révélera probablement un accroissement de 8 %.

Nous voudrions préciser, aussi exactement que possible, les causes démographiques de cet accroissement.

Le nombre des habitants recensés dans un pays dépend, en réalité, des facteurs suivants :

1^o Du nombre d'individus qui forment chacune des générations qui se succèdent sur le territoire. La première génération belge que nous ayons à envisager est formée de tous les habitants nés après

1830 de parents nés avant cette date. La seconde est formée de tous leurs enfants et ainsi de suite.

Ce nombre dépend à son tour *a)* de celui des femmes d'une génération qui se marient ; *b)* de celui des enfants que chacune d'elles met au monde.

2^o Du nombre de membres d'une génération qui continuent à vivre aux côtés de la génération ou même des générations suivantes.

Comme le précédent, ce nombre dépend de deux autres facteurs : *a)* l'intervalle moyen de temps qui sépare la naissance des membres de deux générations successives ; *b)* la longévité moyenne des membres de chaque génération.

3^o Des mouvements migratoires entre le pays et l'étranger.

Après avoir puisé dans nos statistiques les indications concernant ces différents facteurs, nous déterminerons leur influence réelle sur notre population.

1^o a) Le nombre de femmes mariées dans chaque génération.

La statistique brute du nombre des non mariées parmi les femmes décédées de 1830 à 1900 indique une moyenne de plus de 50 %. Ce chiffre ne peut être adopté : il est trop fort ou trop faible, selon qu'il s'applique ou non à une population croissante par multiplicité de naissances. Nous nous reportons donc aux résultats de nos recensements successifs. Prenons pour chaque décennie le nombre des naissances de filles pendant trois années consécutives, comparons ces chiffres avec celui des survivantes aux recensements suivants ; appliquons aux disparues la moyenne de décès des non mariées pour chaque groupe d'âge : pour les survivantes de 50 ans le recensement nous donne la proportion des non mariées ; prenons enfin la moyenne entre les trois années envisagées et nous avons ainsi le tableau suivant, indiquant parmi les femmes nées aux différentes époques envisagées, la proportion de celles qui sont demeurées célibataires ou ne se sont mariées qu'après 50 ans :

1830	51,59 %
1840	52,49 "
1850	49,25 "

1860	46,41 %
1870	44,69 »
1880	40,28 »
1890	39,33 » (prévision)
1900	35,00 » ()

b) Le nombre moyen d'enfants par femme mariée avant 50 ans.

Nos recensements n'ont jamais relevé le nombre de naissances par femme mariée. Nous avons établi la moyenne pour les femmes de différentes époques de la façon suivante : nous attribuons, par exemple, aux femmes nées en 1830 le nombre moyen d'enfants nés par mariage d'une femme de moins de 50 ans célébré pendant les deux décades de 1850 à 1860 et de 1860 à 1870. Ce nombre moyen d'enfants, nous le fixons en attribuant aux mariages conclus pendant chaque décade les 3/5° des naissances survenues pendant cette décade et les 2/5° des naissances survenues pendant la décade suivante.

D'après ces données et selon que l'on tient compte de toutes les naissances ou seulement des naissances légitimes, chaque femme née à la date indiquée et mariée avant 50 ans a eu, en moyenne, le nombre d'enfants que voici :

Date de naissance de la mère	Nombre moyen d'enfants	
	Naissances légitimes	Toutes naissances
—	—	—
1830	4,15	4,475
1840	4,24	4,575
1850	4,175	4,54
1860	3,76	4,09
1870	(a)	3,415
1880	(a)	2,91

(a) Pendant la période de guerre, les statistiques ne distinguent pas les naissances légitimes et illégitimes.

Ces résultats doivent être corrigés du fait que 7 à 8 % des mariages enregistrés par nos statistiques sont en réalité des remariages. Le nombre d'enfants par femme mariée est donc plus élevé que celui par mariage.

En ce qui concerne les naissances illégitimes, il faut noter qu'un très grand nombre sont légitimées par mariage subséquent. Elles doivent donc, pour une très large part, être définitivement attribuées à des femmes mariées avant 50 ans. Si l'on voulait une statistique

rigoureusement exacte, il faudrait déterminer le nombre des filles mères qui ne se sont pas mariées. Nous manquons de données à ce sujet.

Nous tiendrons donc compte de toutes les naissances indistinctement.

2^o a) L'intervalle entre la naissance des membres de deux générations successives.

Nos statistiques ne nous renseignent pas sur l'âge des femmes au moment de leur maternité (1). Deux données nous permettent cependant de formuler une estimation assez probable.

D'abord l'âge de la femme au moment du mariage. Bien que certaines observations faites à l'étranger aient permis de penser que les naissances suivent moins rapidement les unions contractées par des femmes de moins de 25 ans que celles contractées plus tardivement, il est certain que la différence est peu importante ; nos statistiques montrent d'ailleurs qu'à l'élévation accidentelle du nombre des mariages correspond, l'année suivante, un relèvement du nombre de naissances qui s'atténue aussitôt après, ce qui permet de croire que, le plus souvent, la première naissance suit de près le mariage. Ne constate-t-on même pas, en bien de cas, que c'est la perspective assurée d'une prochaine maternité qui amène la jeune fille à un mariage prématuré ?

Pour éviter de longs détails, constatons simplement les faits suivants :

Décades	Nombre total de mariages	Nombre de femmes mariées entre			
		18 et 25 ans	25 et 30 ans	Total	%
1841-1860 (par décade)	312.270	114.245	36,58	142.188	45,53
1861-1870	363.086	142.415	39,22	158.256	43,58
1871-1880	385.806	158.803	41,16	162.977	42,24
1881-1890	450.085	227.100	50,45	171.996	38,21
1891-1900	502.873	269.363	53,56	189.540	37,68
1901-1910	572.165	320.565	56,02	196.664	34,36
1921-1925 (par année)	81.179	45.718	56,31	27.219	33,52
1926-1929	71.934	44.808	63,69	20.514	28,51

(1) L'âge de la mère importe seul pour fixer l'intervalle entre les générations. Quel que soit l'âge auquel les hommes se marient, une seconde génération suit la première, dès que les femmes de celle-ci ont mis leurs enfants au monde.

La seconde donnée est la diminution, indiquée précédemment, du nombre moyen d'enfants par femme mariée. Plus, en effet, la famille se restreint et plus, toutes choses égales d'ailleurs, diminue l'intervalle moyen entre la naissance de la mère et celle de ses enfants.

En présence de ces deux ordres de faits, il ne sera certes pas exagéré d'estimer que, de 1830 à 1929, cet intervalle a passé de 33 à 27 ans environ, par une progression à peu près régulière.

b) La longévité de chaque génération.

Pendant la plus grande partie de ce dernier siècle, la proportion de morts nés et celle d'enfants morts avant un an pour 100 naissances vivantes ont peu varié, sauf depuis la guerre.

	Morts nés	Mortalité infantile
1841-1850	4,37	15,33
1851-1860	4,73	15,52
1861-1870	4,81	15,33
1871-1880	4,54	13,89
1881-1890	4,80	15,94
1891-1900	4,70	16,19
1901-1910	4,57	14,44
1910-1913	4,51	13,88
1919-1920	4,78	10,33
1921-1925	4,77	9,98
1926-1928	4,26	9,23

Les variations de la longévité moyenne proviennent donc surtout de la prolongation de la vie des adultes. Pour nous permettre de répondre à la question que nous nous posons dans ce rapport, il nous suffira de noter que, de 1851 à 1870, l'âge moyen des personnes décédées était de 33 à 35 ans, de 1891-1900 de 37 à 39, en 1920 de 46 à 48 et en 1925 de 48 à 50.

3^o Les migrations.

Jusqu'en 1866, nos statistiques signalent un léger excédent d'émigration ; puis, sauf pendant la période de guerre et les années qui ont immédiatement suivi, elles constatent un excédent d'immigration qui se chiffre annuellement :

de 1871 à 1880 par 4.027
 » 1881 » 1890 » 1.509

de 1891 à 1900 par	3.363
» 1901 » 1910 »	6.963
» 1911 » 1913 »	6.481
» 1921 » 1929 »	9.928

Mais il y a une émigration cachée qui se produit. A chaque recensement on constate que le nombre d'habitants est inférieur à celui que l'on calcule d'après les indications de l'état civil. Malheureusement celles-ci sont établies d'après les naissances et les décès de fait, tandis que, depuis 1866, nos recensements portent sur la population de droit. Il est donc impossible de préciser, grâce aux recensements, l'importance de ce mouvement migratoire.

Depuis la guerre, l'Annuaire statistique publie les indications suivantes qui sont basées sur les naissances et décès de droit :

Périodes	Augmentation de la population	Excédent des naissances	Immigration (+) Emigration (-)
1881-1890	549.312	567.733	- 18.421
1891-1900	624.227	645.340	- 21.113
1901-1910	730.236	717.793	+ 12.443

On sera donc près de la vérité, pensons-nous, en estimant que les émigrants qui séjournent chez nous constituent un petit groupe qui, sauf dans les dernières années, n'a eu qu'une importance minime et que, dans son ensemble, le mouvement des migrations a amené, de 1830 à 1900, une légère diminution de population, se chiffrant annuellement par 1000 à 2000 habitants. Au total, nous pourrons considérer ce facteur comme n'ayant aucune influence notable pendant le siècle écoulé.

* * *

Quelle est l'action des différents facteurs indiqués sur l'accroissement de la population ?

D'une façon générale, elle est la suivante :

1^o Le nombre des mariages et des naissances et l'importance des générations successives.

Pour que le nombre des membres d'une génération, B , soit égal à celui de la génération précédente, A , il faut que l'ensemble des femmes de la génération A , qui se marient, mettent au monde un

nombre de filles égal à celui des filles de la génération A , plus un nombre proportionnel de garçons. Si X représente le nombre des femmes mariées pour 100 filles dans la génération A et si G représente l'excédent des naissances de garçons pour 100 filles dans la génération A , la génération B sera égale, plus forte ou plus faible que la génération A si le nombre moyen d'enfants par femme mariée de la génération A est égal, supérieur ou inférieur à $\frac{200 + G}{X}$.

Le nombre des membres de la génération B est égal à celui de la génération A multiplié par $\left(\frac{200 + G}{X}\right)$, N représentant le nombre moyen d'enfants par femme mariée de la génération A .

2^o La longévité moyenne et l'intervalle entre la naissance des membres de deux générations successives.

On peut admettre tout d'abord que, dans la génération B , les décès qui se produisent avant l'âge moyen sont presque exactement compensés par la survie des membres de la génération A qui dépassent la longévité moyenne. Il y aura excédent dans la mesure où le nombre annuel des naissances est plus fort en A qu'en B ; il y aura, au contraire, déficit dans la mesure où la longévité moyenne de A est plus faible que celle de B .

Outre les survivants nécessaires à cette compensation, la génération A fournit à la génération suivante un contingent égal au nombre annuel de ses naissances, multiplié par la différence entre la longévité moyenne de A et l'intervalle moyen entre les générations A et B .

3^o Les migrations.

En l'absence de statistiques renseignant sur l'âge des émigrants, on peut supposer que les nationaux émigrent à l'âge où les étrangers immigré, et qu'ils immigré à l'âge où les étrangers émigrent pour retourner chez eux. Sont donc sans influence sur la population les immigrations de nationaux balancées par les émigrations d'étrangers, les émigrations de nationaux balancées par des immigrations d'étrangers. Les immigrations d'étrangers excédant éventuellement ces chiffres et balancées par des émigrations d'étrangers manifestent l'existence dans le pays d'un groupe d'étrangers qui, tout en n'in-

fluant pas sur les statistiques de naissance et de décès, accroissent la population à l'égal d'habitants nés dans le pays mais n'ayant qu'une longévité égale à la durée moyenne du séjour de ces émigrants dans le pays. De même, l'excédent éventuel d'immigrations de nationaux balancées par des émigrations de nationaux indique un groupe d'habitants qui influent sur la population non selon leur longévité réelle, mais selon la durée de leur séjour dans le pays avant et après leur émigration. Enfin les excédents éventuels d'immigrations ou d'émigrations de nationaux ou d'étrangers non balancées influent sur la population à l'égal des naissances ou des décès, sauf ici encore la réduction à apporter à la longévité.

Si nous considérons le cas concret de la Belgique depuis 1830, nous devons d'abord noter que les migrations y ont eu une influence minime et impossible à déterminer exactement.

Les autres facteurs étant tenus pour seuls efficaces, on peut schématiser leur influence de la façon suivante :

Depuis 1830 jusqu'en 1920, trois générations se sont succédées. La première, *A*, s'est constituée en une moyenne de 33 ans, de 1830 à 1862 ; la seconde, *B*, en une moyenne de 30 ans, de 1863 à 1892 ; la troisième, *C*, en une moyenne de 28 ans, de 1893 à 1920. Une quatrième est en voie de formation ; elle sera constituée en une moyenne de 27 ans au plus.

A comptait environ 4.400.000 membres

B » » 5.150.000 »

C » » 4.700.000 »

D en 10 ans, en compte 1.500.000 ; sauf nouvelle diminution du nombre des naissances, elle sera formée de 4.000.000 au maximum.

En 1862, la population, estimée en tenant compte des résultats des recensements, comptait environ 4.700.000 âmes. La génération précédente fournissait donc à *A*, outre les compensations pour décès prématurés, 300.000 survivants, soit environ 2,5 classes annuelles.

En 1892, la population était d'environ 6.185.000, l'excédent représentant près de 8 classes annuelles de la génération *A*.

En 1920, la population était de 7.405.000, l'excédent représentant environ 15,5 classes annuelles de la génération *B*.

En 1947, si notre estimation au sujet la génération *D* est confirmée, ce que l'on peut à peine espérer, une population de 8.000.000, sensiblement égale à celle de 1930, devrait comprendre un excédent représentant 24 classes annuelles de la génération *C*, celle-ci jouissant donc d'une longévité moyenne de 51 ans.

Ainsi, la fécondité des mariages a amené un accroissement de la population dans la génération *B*, relativement à la génération *A*, de 750.000 habitants. Depuis, elle ne parvient plus à maintenir l'égalité entre les générations successives.

En tenant compte des indications données ci-dessus (pp. 150 et 151) et en les corrigeant à raison des remariages, nous pouvons estimer que la fécondité des femmes nées aux différentes époques et mariées avant 50 ans a été telle qu'elle a amené un accroissement ou une diminution de la génération suivante, par rapport à la leur, exprimée par le coefficient ci-dessous :

Femmes nées en

1830	1,14
1840	1,15
1850	1,22
1860	1,17
1870	1,00
1880	0,91
1890	0,92
1900	0,86

C'est l'abaissement de l'intervalle entre la naissance des membres de générations successives et l'accroissement de la longévité qui ont été la cause du surplus de l'augmentation de population et de la compensation du déficit résultant de la trop faible fécondité des femmes nées depuis 1880. Dans la production de ce résultat, l'abaissement de l'intervalle intervient à raison de plus de la moitié de 1863 à 1893 et de moins d'un tiers de 1893 à 1920.

Nous ne nous cachons pas que ces résultats ne sont que des approximations. Elles sont cependant assez proches de la vérité pour mettre en évidence, sans contestation possible, que, contrairement à ce qui paraît être l'opinion commune, l'accroissement de la popu-

lation belge à travers tout le siècle n'est que secondairement le résultat d'une fécondité relativement élevée à certaines périodes. En ordre principal et même aujourd'hui exclusif, il est le résultat de l'abaissement de l'âge du mariage et de l'accroissement de la longévité. Depuis plus de 20 ans déjà, la fécondité, à elle seule, n'amènerait plus qu'un recul de la population.

On peut en conclure que, pour maintenir notre population à son niveau actuel sans modifier la fécondité, il faudrait un abaissement *constant* de l'âge du mariage ou un relèvement *toujours plus grand* de la longévité, car ces deux facteurs, à l'inverse de la fécondité, ne peuvent amener une modification dans le chiffre de la population qu'en variant eux-mêmes ; s'ils demeurent stables, ils sont impuissants à compenser l'insuffisance des naissances. Le relèvement de la fécondité exigerait un accroissement ou du nombre des femmes mariées par génération ou du nombre d'enfants par femme mariée.

Or, l'âge moyen du mariage est déjà assez bas chez nous et la nuptialité assez élevée. On doit surtout observer que l'abaissement de l'âge et le relèvement de la nuptialité ont marché de pair avec la diffusion des pratiques du *birth control*. Les régions à basse natalité, dont le Hainaut est le type, sont celles où les filles se marient le plus et le plus tôt ; les régions les plus fécondes, dont le Limbourg est le type, conservent les anciennes habitudes. Sans doute, les futurs époux ne veulent-ils affronter les responsabilités d'une union féconde que lorsqu'ils se sentent à même, par leurs économies ou leur capacité de travail accrue, de gagner le pain de leurs enfants. En 1929, il y a 626 jeunes mariées de moins de 25 ans sur mille mariages dans l'ensemble du pays ; en Hainaut, la proportion est de 715. La natalité est de 18,06 dans l'ensemble du pays, elle est de 14,90 dans le Hainaut.

Voici, par groupe d'âge, la proportion des femmes célibataires dans les deux provinces de Hainaut et de Limbourg, au recensement de 1920 :

	Hainaut	Limbourg
—	—	—
20-25 ans	56,85	78,44
25-30 »	27,17	48,57
30-55 »	15,51	29,77
35-55 »	10,56	19,14
55-70 »	10,93	18,33
70 ans et plus	11,53	16,44

Si l'on envisage l'ensemble du pays, on constate que, vers 1880, brusquement, le nombre des mariages s'est mis à augmenter, tandis que le nombre des enfants par femme mariée diminuait avec une rapidité semblable. Voici le nombre d'enfants nés l'année qui a suivi chaque recensement pour mille femmes mariées, de moins de 45 ans, recensées l'année précédente.

1847	317
1857	375
1867	381
1881	357
1891	331
1901	289
1911	204
1921	180

Voici la proportion des femmes non mariées par groupe d'âge à chaque recensement :

	1846	1856	1866	1880	1890	1900	1910	1920
—	—	—	—	—	—	—	—	—
15 à 20 ans	99,81	99,24	98,76	98,24	98,48	97,45	97,35	97,77
20 » 25 »	87,05	87,11	82,04	76,30	76,79	71,38	68,80	69,49
25 » 30 »	60,02	61,80	55,56	47,95	45,99	40,81	36,97	39,74
30 » 35 »	37,97	40,50	35,04	31,20	29,34	26,81	24,18	24,56
35 » 40 »	26,03	29,31	25,65	23,10	22,23	21,13	19,05	18,04
40 » 45 »	21,57	23,01	20,73	20,64	19,19	18,18	17,33	16,11
45 » 50 »	18,00	19,71	18,80	18,99	17,52	17,14	16,64	15,30

Il faut donc penser, d'après l'expérience du passé, que l'abaissement progressif de l'âge du mariage et l'accroissement du nombre des mariages ne se produiront dans l'avenir que parallèlement avec une diminution de la natalité qu'ils seront impuissants à compenser.

La longévité, elle, doit profiter considérablement des progrès réalisés depuis la guerre dans la lutte contre la mortalité infantile. Toutefois, cet heureux résultat se stabilisera, sans doute, lorsque l'ensemble de notre population aura été pourvue d'œuvres en faveur de l'enfance qui assurent le respect de l'hygiène et la bonne alimentation des nouveaux nés. On ne peut espérer ici, pour le prochain avenir, de grandes améliorations. On ne voit pas, au contraire, pourquoi les efforts ne resteraient pas, pendant assez longtemps encore, efficaces

pour retarder la mort des adultes. Mais, dans ce cas, le progrès de l'hygiène et de la médecine créera des charges nouvelles pour la communauté. Et il y aurait relativement de moins en moins de jeunes bras pour assurer aux vieillards leur retraite.

Pour empêcher un recul de la population, en évitant tout autre inconvénient, le seul moyen satisfaisant serait donc le relèvement du taux de la natalité. Si, comme nous le pensons, la génération actuellement en âge de mariage compte encore environ 35 % de filles mourant non mariées ou ne se mariant qu'après 50 ans, il faudra que le nombre d'enfants par femme mariée avant cet âge soit en moyenne de 3,14. Et comme un certain nombre des femmes mariées restent naturellement ou volontairement stériles, comme d'autres n'ont qu'un ou deux enfants (1), il est évident que, malgré le grand nombre des mariages, bien des mères devront, pour que la population se maintienne, être mères d'une famille nombreuse. Si l'existence convenable de pareilles familles n'est pas possible dans le pays, comment espère-t-on raisonnablement échapper au fléchissement de la population ?

(1) Nos recensements ne relèvent pas le nombre d'enfants nés par femme mariée. Ceux de 1910 et 1920 ont donné le nombre d'enfants *vivants* par couple marié (à l'exclusion donc des veufs et divorcés). En 1920, il y avait :

1.496.739 couples mariés ;
 408.348 soit 27,28 % sans enfant vivant ;
 338.348 soit 22,63 % ayant 1 enfant vivant ;
 261.215 soit 17,46 % ayant 2 enfants vivants.

Dans le Hainaut on comptait :

284.334 couples mariés ;
 77.543 soit 27,27 % sans enfant vivant ;
 80.180 soit 28,20 % ayant 1 enfant vivant.
 58.618 soit 20,62 % ayant 2 enfants vivants.

FELIX BERNSTEIN

Die natürliche Lebensdauer des Menschen und ihre statistische und individuelle Beurteilung

Die natürliche Lebensdauer der tierischen und pflanzlichen Arten ist in den meisten Fällen begrenzt und, wie bekannt, von ausserordentlich verschiedener Länge. Die Erforschung der Ursachen hierfür ist eines der Hauptprobleme der Biologie, und hat bis in die jüngste Gegenwart immer wieder erneute Bearbeitungen gefunden.

Es ist eine Errungenschaft allerneuester Forschung auf dem Gebiete der Protozoologie, die man den Bemühungen von MAX HARTMANN und WODROOF verdankt, dass der einzellige Organismus im Prinzip unbegrenzte Lebensdauer besitzt. Es gelang MAX HARTMANN, durch fortgesetzte Amputationen mit nachfolgender Regeneration bei einer Amöbe die ungeschlechtliche Fortpflanzung, die bei ihr die Regel bildet, zu unterdrücken und damit dieselbe Zelle vier Monate lang ohne Teilung am Leben zu erhalten. Damit ist im Prinzip gezeigt worden, dass die dauernde individuelle Unsterblichkeit der Einzelzelle an sich erreichbar ist. Denn die Zelle erlitt durch diese Operationen keine Schädigung, welche ihre normale Teilungsfähigkeit und Teilungsrate beeinträchtigt hätte, und es sind an sich keinerlei Grenzen für die Weiterführung eines solchen Versuches gegeben.

Wenn man nun die Frage aufwirft, worauf normalerweise das Sterben der Tiere beruht, so muss man als Antwort geben, wofür auch Versuche von WODROOF sprechen, dass es Anhäufungen von Exkretstoffen sind, welche die Alterserscheinungen hervorrufen. In den Versuchen von HARTMANN wird das Wachstum unterbunden, und infolgedessen die Oberfläche im Verhältnis zum Inhalt grösser gehalten

als bei wachsenden Organismen. Hierdurch sind günstigere Bedingungen für die Vermeidung der Anhäufung von Exkretstoffen gegeben. Von dieser Auffassung ausgehend kam HARTMANN zu seinen erfolgreichen Experimenten.

Dass die Ablagerung bestimmter Stoffe in den Zellen eines einzelligen oder mehrzelligen Organismus, die im allgemeinen einen nicht umkehrbaren Prozess bildet, die Ursache von Altern und Tod bildet, ist eine sehr alte Auffassung. In geistvoller Weise hat hiervon ausgehend der Versicherungsmathematiker GOMPERTZ das Gesetz einer Absterbeordnung für den Menschen abgeleitet. Von den Biologen hat Metschnikoff diese Auffassung mit besonderer Energie vertreten, und für den Menschen speziell behauptet, dass diese Substanzen durch die Darmbakterien produziert würden.

Wichtig ist vor allen Dingen die Auffassung von der Natur des, hier stattfindenden physiologischen Prozesses.

Von Seiten der Koloid-Chemie sind die Auffassungen geltend gemacht worden, dass es sich um eine allmähliche Verwandlung von Solzuständen in Gelzustände handele. Eine solche Verwandlung ist allerdings auch denkbar ohne Ablagerung von Exkretstoffen allein durch eine automatische Fortentwicklung der lebenden Substanz selbst. Hierbei tritt dann neben dem Gedanken einer Ablagerung von Schlackenstoffen des Stoffwechsels doch im Grunde noch ein anderer Gedanke, nämlich der einer Veränderung der lebenden Substanz mit der Folgeerscheinung, dass sich die koloidalen Lösungszustände ändern, auf.

Für beide hier in Betracht kommenden Momente liegen eine grosse Anzahl von experimentellen Bestimmungen vor. Als Schlackenstoffen sind anzusehen Kalziumverbindungen, Cholesterin usw. Untersuchungen der menschlichen Aorta auf Kalziumgehalt wurden von M. BÜRGER und SCHLOMKA (1) durchgeführt (Fig. 1). Desgleichen Untersuchungen menschlicher Rippenknorpel (Fig. 2).

Eine Untersuchung von Rinderlinsen auf Cholesteringehalt von demselben Autor bestätigte gleichfalls die schon früher gefundene Zunahme mit dem Alter (Fig. 2).

Derselbe Autor findet jedoch vor allem eine Abnahme des Wassergehaltes sämtlicher Gewebe, und dementsprechend eine Zunahme des Trockenrückstandes (Fig. 3, Fig. 4). Dies wurde geprüft an menschlichen Rippenknorpeln, an der menschlichen Haut, an Rinderlinsen und an der Rinderharnhaut. BÜRGER und SCHLOMKA finden eine

gesetzmässige exponentiell anwachsende Wasserverarmung bezw. ein exponentielles Anwachsen des gesamten Trockenrückstandes. Dieses Ergebnis bestätigt sich bei Prüfung des Stickstoffgehaltes (Fig. 5 und 6) an denselben Organen.

Die Einlagerung der Schlackensubstanzen geht der Austrocknung der Gewebe proportional.

Der Mechanismus, welcher die Wasserbindung der lebenden Substanz reguliert, ist von JULIUS BERNSTEIN (2) festgestellt worden. Die Wasserbindung erfolgt durch die elektrische Doppelschicht, welche jede lebende Zelle umgibt.

Man muss daher annehmen, dass mit dem Alter das Potential der Doppelschicht abnimmt. Direkte Beobachtungen hierüber liegen anscheinend nicht vor. Eine statistische Untersuchung an Elektrokardiogrammen gedenke ich vorzunehmen.

Zur vollen Erklärung der Versuche von MAX HARTMANN dürfte vielleicht auch gehören, dass die durch künstliche Verletzung der Zelle notwendig entstehenden elektrischen Ströme einen besonders starken Reiz zur Regeneration ausüben.

Wir wissen, dass bei den Drüsen die Sekretion durch Aenderungen der elektromotorischen Kräfte bewirkt wird. Die Exkretion der Schlackenstoffe wird vielleicht in einem kontinuierlichen oder rythmischen Prozesse ähnlicher Art von jeder Zelle bewirkt. Man kann deshalb sehr wohl verstehen, dass Wasserabnahme der Gewebe und Anhäufung der Exkretionsstoffe parallel gehen, wenn man als gemeinsame Grundlage annimmt, dass durch das Altern die elektromotorische Kraft der Doppelschicht abnimmt. Umgekehrt wird durch das Ablagern der Schlackenstoffe vermutlich wieder die elektromotorische Kraft verringert. Aus dieser reziproken Beziehung ergibt sich mit Leichtigkeit der mathematische Ansatz eines Exponentialverlaufs des Alterns, wie er ja auch experimentell gefunden wird.

Es ist die Alterszunahme, d. h. die Abnahme der elektromotorischen Kraft, proportional dem bereits vorhandenen Alterszustand, der durch die Anhäufung der Schlackensubstanzen bezw. Der gesamten Trockensubstanz gemessen wird: $\frac{dX}{dt} = KX$.

Diese theoretischen Auseinandersetzungen betreffen den Alterszustand als Ganzes in allen Zellen eines Organismus.

Bei den höheren tierischen Organismen mit ihren komplizierten Organregulationen erhebt sich nun die besondere Frage, ob alle Teile

des tierischen Organismus ganz gleichmässig altern, oder ob sich Unterschiede wesentlicher Art ergeben.

Dass Unterschiede im Altern der einzelnen Organe vorhanden seien, ist eine an sich recht nahe liegende Vermutung. Sind doch Unterschiede scheinbar ganz auffällig vorhanden. So erlischt z. B. beim Menschen die geschlechtliche Funktion zuweilen sehr lange Zeit vor dem Tode, ohne dass besonders auffällige Altersveränderungen im Allgemeinorganismus, vorhanden zu sein scheinen. Grade dieses teilweise Altern hat ja sehr vielfach die Aufmerksamkeit der praktischen Mediziner auf sich gelenkt. Die Verjüngungsversuche von STEINACH, und die neuerdings durch Einheilung von Keimdrüsensubstanz der Menschenaffen versuchten Verjüngungsversuche von VORONOFF haben nicht nur das Ziel das Nachlassen der Geschlechtsfunktion rückgängig zu machen, sondern die Autoren behaupten ausserdem mit Erfolg den allgemeinen Alterungsprozess zum Stillstande gebracht zu haben. Andere medizinische Autoren sind der Ansicht, dass das Altern der Gefässe den andern Alterserscheinungen voranginge, indem es Zirkulationsstörungen zur Folge habe, welche die Alterserscheinungen anderer Art erst hervorrufen. MÜHLMANN hat in seinen Studien über altersgebundene Pigmentablagerung in bestimmten Ganglienzellen geglaubt, den primären Alterseffekt in der Veränderung dieser aufzufinden.

Zu richtigen Auffassungen kann man zweifellos nur dadurch gelangen, dass man die Beobachtungen, die man über den Mechanismus des Wachstums und des Altersprozesses besitzt, einheitlich deutet.

C. B. DAVENPORT hat in kürzlich veröffentlichten Untersuchungen (3) ausgezeichnete Beobachtungen angestellt über den Wachstumstrieb mit Einsetzen der Pubertät. Dieser Wachstumstrieb setzt noch vor der Reife plötzlich ein, geht zu einem Maximum, und fällt dann in scharfgeknickter Kurve wieder ab. Er geht also vollkommen parallel einer vermutlichen Aktivierung des Vorderlappeus der Hypophyse Drüse. DAVENPORT hat die genaue Parallelität dieses Wachstums mit dem Wachstum der Geschlechtsorgane beim Menschen bewiesen. Entsprechende Untersuchungen an Mäusen bestätigten das gefundene Resultat (Fig. 7).

Ebenso wie es direkte Anregung des Wachstums durch innere Sekretion geben kann, kann auch der Verfall bestimmter Zellgruppen durch Fehlen der normalen inneren Sekretion denkbar sein. Der

Sachverhalt ist also beim höheren tierischen Organismus sicher kein ganz einfacher.

Die innere Sekretion, so wichtig sie an sich ist, kann für so allgemeine Vorgänge wie die des Wachstums und des Alterns keine primäre Bedeutung beanspruchen. Denn wir finden z. B. bei den schon so hoch entwickelten Insekten bis jetzt keinerlei Anzeichen dafür, dass innere Sekretstoffe bei Wachstums- und Altersvorgängen eine Rolle spielen. Von sehr aufklärender Bedeutung bezgl. der Verhältnisse bei Insekten sind die Untersuchungen über Gynandromorphe, welche kürzlich von DOBZHANSKY (4) aus dem Morgan-Laboratorium veröffentlicht wurden. Bei diesen Untersuchungen hat es sich gezeigt, dass die gegenseitigen Beeinflussungen dieser Mosaiken aus männlichen und weiblichen Teilen überaus gering sind, und zwar nicht nur im Gesamtkörper, sondern sogar in den Fortpflanzungsorganen. Es scheint also eine innere Keimdrüsensekretion hier nur in äusserst geringem Masse vorhanden zu sein. Es ist deshalb wahrscheinlich, dass auch beim Menschen der Hauptanteil der Vorgänge des Wachstums und des Alterns von der inneren Sekretion unabhängig ist, was nicht ausschliesst, dass ein anderer erheblicher Anteil durch die Verhältnisse der inneren Sekretion bedingt wird. Eine rein qualitative Klärung solch grundlegender Frage ist eben unmöglich. Es können hier nur quantitative und variations-statistische Untersuchungen weiterführen.

Eine wirkliche Aufklärung der obwaltenden Verhältnisse kann also nur durch direkte Untersuchungen des Wachstums und des Alterns der verschiedenen Organe erzielt werden. Die Untersuchungsmethode muss eine korrelationsstatistische sein. Einen grosszügigen Versuch für das Wachstum und die hier in Betracht kommenden Fragen zu lösen, hat der originelle und bedeutende amerikanische Biologe SEWALL WRIGHT unternommen. Er findet durch theoretische Ausbeutung zahlreicher Messungsresultate, dass etwa 80% des Wachstums Allgemeinwachstum sind, während die restlichen 20 % lokalisierter Wachstum in den einzelnen Organen sind. SEWALL WRIGHT benutzt dabei einen bekannten statistischen Satz, den wir nach dem Vorgang von R. A. FISHER so ausdrücken können, dass wir sagen, die *Varianz* irgend einer Länge oder Dimension ist die Summe der Varianzen, die von den einzelnen unabhängigen Ursachen herrühren.

Die Berechnung der Varianzen, die diesem Grundgesetz genügen, erfolgt bei R. A. FISHER und S. WRIGHT auf Grund der Quadrate der

Abweichungen der gemessenen Dimension eines Organs von ihrem Mittelwert. Wie ich betont habe, lässt sich dieses Zerlegungsverfahren dadurch noch weiter ausbauen, dass man auch dritte und höhere Potenzen der Abweichungen nach einem von dem dänischen Astronomen N. THIELE gegebenen Prinzip zu Hilfe nimmt. THIELE bezeichnet die Reihe der so konstruierten Varianzen, die das Additionsprinzip bei unabhängigen Ursachen befolgen, aus einem mathematischen Grunde als « Semiinvarianten ». Der kurze Ausdruck Varianz zweiter, dritter usw. Ordnung scheint mir zweckmässiger zu sein. Ich habe dann noch für denjenigen Teil der Varianz, der erblich bedingt ist, den Ausdruck « Genovarianz », für den durch äussere Ursachen bedingten Anteil den Ausdruck « Phänovarianz » vorgeschlagen. Es wird notwendig sein, dass die Forscher, welche sich für den hier in Rede stehenden Fragenkomplex interessieren, sich mit diesen Begriffen und ihrer Anwendung befreunden, denn nur so wird es erreichbar sein, dass alle diejenigen Beobachtungen angestellt werden, die zu einer wirklichen Entscheidung dieser Fragestellungen in jedem Falle unentbehrlich sind.

Es ist anzunehmen, dass die Erscheinungen des Alterns an Komplikationen denen des Wachstums in keiner Weise nachstehen.

Wir werden vermutlich zu unterscheiden haben zwischen der allgemeinen Altersveränderung, die sich auf sämtliche Zellen des Körpers gleichzeitig bezieht, und Altersveränderungen in bestimmten Organen, wobei natürlich das Interesse an dem Verhalten der lebenswichtigsten Organe im Vordergrunde steht.

Beide Arten von Altersveränderungen werden, wie ich noch ausführe, einen hereditären Bestandteil enthalten, und davon abgesehen durch Umgebung und Lebensweise beeinflusst sein.

Für die Beobachtung lassen sich zwei Richtungen unterscheiden: (a. die biologisch-chemische Analyse der altersveränderten Organe, und b. Messung der Altersveränderung am Lebenden).

Für die erste Richtung sind die schon genannten Untersuchungen kennzeichnend, über die SCHLOMKA in seinem schon genannten Aufsatz über neuere Ergebnisse der Altersphysiologie berichtet hat (4).

Ich wende mich nun zur Besprechung über Untersuchungen am Lebenden. Diese Untersuchungen sind von besonderer Bedeutung für die Versicherungsmedizin. In meinem Institut sind in dieser Hinsicht in den zwei letzten Jahren Untersuchungen über den Zusammenhang von Alterssichtigkeit und Lebensdauer vorgenommen worden.

Der bekannte Versicherungsmediziner FEILCHENFELD (5) hat des weiteren über die diagnostische Bedeutung der Gewebeprüfung Untersuchungen angestellt. FEILCHENFELD hat zur Prüfung der Gewebefunktion ein Gerät anfertigen lassen, das er als Restitutionsmesser bezeichnet.

Schon früher hat Schade, jedoch unter nicht ganz richtigen theoretischen Voraussetzungen, einen Apparat zur Untersuchung der mechanischen Eigenschaften der Haut konstruiert, wie FEILCHENFELD in seiner Arbeit berichtet.

Die in meinem Institut angestellten Untersuchungen betreffen den Zusammenhang von Presbyopie und Lebensdauer. Seitdem der Physiologe DONDERS (6) im Jahre 1861 eine Untersuchung des Nahepunktes in den verschiedenen Lebensaltern unternommen hat, haben sich eine ganze Anzahl von Ophtalmologen mit der Frage der Alterssichtigkeit statistisch beschäftigt. DONDERS selbst hat nur ein statistisch unzulängliches Material von 140 Fällen geprüft, wobei von 40 Jahren ab nur 27 Fälle festgestellt wurden. Immerhin hat DONDERS bereits gezeigt, dass der Nahepunkt mit wachsendem Lebensalter hinausrückt, und dass die Alterssichtigkeit nur ein Teil der ganzen Erscheinung ist, nämlich auf dem Umstande beruht, dass in einem gewissen Alter der Nahepunkt so weit hinausrückt, dass ein Lesen in der üblichen Entfernung ohne Zusatzlinse nicht mehr möglich ist.

Die Linse des Kindes ist so elastisch, dass sie jede Form von der Kugel bis zum schmalen Ellipsoid leicht annehmen kann. Der Verhärtungsprozess, der ständig die Elastizität vermindert, ist von den Autoren A. JESS (7), F. P. FISCHER (8), KRONFELD und BORMANN (9) untersucht worden. JESS, der an Kuhlinsen untersucht hat, weist besonders auf die abgelagerten Albumoide hin. KRONFELD und BORMANN zeigen in Untersuchungen über die Linsenatmung, dass die Energiebildung des Stoffwechsels der Linse etwa von der gleichen Größenordnung ist wie die der roten Blutkörperchen, sodass die Augenlinse unter denselben Gesetzmässigkeiten des Stoffwechsels steht, wie der übrige Körper.

Die Verhältnisse der Augenlinse können deshalb sehr gut als eine Art Index für die Verhältnisse des Gesamtstoffwechsels genommen werden. Die Prüfung der Elastizität der Linse durch Untersuchung der Akkommodation ist allerdings eine indirekte. Im Ruhezustand des Auges wird die Linse durch ein System radiär zum Linsenrande verlaufender Fasern ausgespannt erhalten. Durch Kon-

traktion des ringförmigen Akkomodationsmuskels wird dieses Faser-system entspannt, und die elastisch ausgespannte Linse kann sich durch Zusammenziehung stärker krümmen. Verhärtet die Linse, so vermindert sich die elastische Spannung und es findet die Krümmung durch Zusammenziehung der Linse nicht mehr in gleichem Masse statt.

Wie man also sieht, haben auch die die Linse im normalen Zustande spannenden Fasern, und ebenso der die Spannung ausschaltende Akkomodationsmuskel auf den Vorgang einen Einfluss. Dieser Einfluss kann, wie wir das während der Kriegszeit wiederholt erlebt haben, im Falle von Muskelschwäche des Akkomodationsmuskels infolge Unterernährung vorübergehend scheinbare Presbyopie zur Folge haben. Statistisch jedoch spielt dieser Faktor gegenwärtig nur eine geringe Rolle.

Statistisch spielen auch die individuellen Muskelkraftverhältnisse keine Rolle, sobald nur die Kraft des Akkomodationsmuskels zur Entspannung des Fasersystems ausreicht, was fast immer der Fall ist, da es sich ja nur um die Ausgleichsmöglichkeit zweier antagonistischer Muskelgruppen handelt.

Die Bestimmung der Presbyopie erfolgt durch eine konvexe Vorsatzlinse, die den Nahepunkt auf die gewünschte Entfernung bringt. Es ist selbstverständlich, dass diese Bestimmung die Kurzsichtigkeit oder Weitsichtigkeit, die auf dem Bau des Auges beruhen, alle vorher auskorrigiert voraussetzt, sodass also im Unendlichen immer Normalsichtigkeit vorausgesetzt ist.

Die Presbyopietabellen, deren sich die Ophtalmologen praktisch bedienen, beruhen auf nicht sehr grossem Material und sind auch mit etwas verschiedenen Methoden gewonnen, sodass erst künftig feinere Vergleiche möglich sein werden, wenn man sich über eine normale Bestimmungsweise geeinigt haben wird.

Die Untersuchungen über den Zusammenhang von Presbyopie und Lebensdauer wurden zunächst von Frl. Dr. R. HEIDEMANN (10) an dem Material der Göttinger Augenklinik und zweier Privatärzte, Sanitätsrat Dr. VEITH (Göttingen) und Sanitätsrat Dr. WIEGMANN (Hildesheim) bestimmt. Es wurden Jahrgänge herausgesucht, von denen nur noch ein ganz geringer Prozentsatz am Leben sein konnte. Auf Grund der durchschnittlichen Presbyopie in den Lebensjahren von 40 an wurden die Untersuchten in drei Kategorien getrennt, nämlich normal, unternormal und übernormal, und es wurde die von ihnen nach der Untersuchung noch verlebte Zeit dadurch festgestellt,

dass mit Hilfe der Einwohnermeldeämter das Todesdatum ermittelt wurde.

Trotz des grossen Materialausfalles gelang es in der ersten Untersuchung, noch etwa von fast 1000 Fällen die Todesdaten nachzuweisen, und es ergab sich bereits aus diesem Material das zweifelsfreie Ergebnis, dass die drei unterschiedenen Kategorien verschiedene Lebenserwartung besitzen.

Eine vollständige Klärung der obwaltenden Verhältnisse wurde durch die zweite Arbeit von Herrn Dr. STEINHAUS (11) erzielt, die an Material der Leipziger Augenklinik (Direktor Geh.-Rat Hertel) durchgeführt wurde.

Dieses Material war insofern günstiger, als man sich auf Fälle beschränken konnte, bei denen aus der angegebenen Leseentfernung und Lesegrösse sich ergab, dass es sich um normale Leseentfernung und um mittlere Lesegrösse handelte. Ausgeschlossen wurden auch hier sämtliche Fälle grober Anomalie.

Was aber von besonderer Wichtigkeit war, war der Umstand, dass mit Hilfe der Behörden nicht nur die Todesdaten festgestellt werden konnten, sondern auch aus den im statistischen Amt der Stadt Leipzig aufbewahrten Leichenscheine die Todesursachen. Damit war es möglich, die engere Beziehung festzustellen, die zwischen der durch die Presbyopie gemessenen Vergreisung und der eigentlichen Todesursache bestand.

Ich gebe zunächst in Fig. 8 die Presbyopie-Durchschnitte von 2205 Fällen von Männern und Frauen. Aus dieser Tabelle ergibt sich die bemerkenswerte Tatsache, dass keinerlei Unterschied zwischen Männern und Frauen hinsichtlich der Presbyopie-Entwicklung und damit also hinsichtlich der Entwicklung der Vergreisung besteht.

Dieses Resultat ist für jeden Bevölkerungsstatistiker ungemein überraschend. Denn in allen bisher untersuchten Bevölkerungen finden wir eine längere Lebensdauer der Frauen gegenüber den Männern.

Man sollte meinen, dass diese auf natürlichen Ursachen beruht, z. B. der Frauenauslese in den Wechseljahren. Es hat aber stark den Anschein, dass für diesen Unterschied nicht innere Gründe sondern äussere Gründe massgebend sind, nämlich die weniger gesunde Lebensweise der Männer (Alkohol und Nikotin, Opium, Berufstätigkeit).

Eine innere Ursache ist freilich insofern möglich, als ein gewisser Prozentsatz der Männer an Hypertrophie der Prostata noch immer zugrunde geht, wenngleich dieses Leiden operativ mit nahezu 100 % Erfolg beseitigt werden kann.

Eine natürliche Erklärung würde es allerdings bilden, wenn ein möglicher Unterschied der Vergreisung in einzelnen lebenswichtigen Organen z. B. Aorta und Gehirn zu Ungunsten der Männer besteht. Hierüber müssten besondere Untersuchungen aufklären.

In der nächstfolgenden Fig. 9 zeige ich nun die Lebenserwartungen von Männern und Frauen getrennt nach den vorhin gekennzeichneten Presbyopieklassen für verschiedene Untersuchungsalter, wobei es sich nur um die Personen handelt, welche den Tod durch Herz- oder Gehirnschlag erlitten haben. Trotz der nicht allzu grossen absoluten Ziffern ist wohl einwandfrei klar, dass starke Unterschiede gesichert sind.

Ich gehe noch auf das Methodische der Untersuchung in Kürze ein.

In der Figur 10 sind auf der x-Achse die Geburtsjahre der betrachteten Personen abgetragen, auf der y-Achse die von ihnen erreichten Lebensjahre. Die Linien, die in einem Winkel von 45 Grad gegen die x- und y-Achse geneigt sind, stellen Kalenderjahre dar. Es wurden nun diejenigen Personen erfasst, die in den Jahren 1880 bis 1908 40 Jahre oder darüber waren, wobei etwa die 80-jährigen die obere Grenze bilden (zufälligerweise beginnt die Zählung auf der Abszissenachse mit dem Datum 1800, sodass scheinbar dieselben Zahlen in der Abszissen- und Ordinatenachse stehen). Eine Einzelperson z. B., die im Jahre 50 geboren ist und im Alter von 66 Jahren stirbt, wird durch eine Linie dargestellt, die in der Abszissenachse bei 1850 beginnt und senkrecht bis zu einer Länge von 66 durchgeführt wird. Auf dieser «Lebenslinie» können wir einen bestimmten Punkt eintragen, der dem Untersuchungsalter entspricht. Alle diese Untersuchungspunkte würden sich in dem Parallelogramm A B C D befinden. Unsere Beobachtungen hinsichtlich der Endpunkte der Lebenslinien, die wir als Totenpunkte bezeichnen können, erstrecken sich nicht über die schräge E G hinaus, die das Kalenderjahr 1930 bedeutet. Es ist klar, dass wir infolgedessen Totenpunkte nicht beobachten, die zu einer Generation gehören, die aus den späteren Jahren unseres Materials stammt. Andererseits entgehen uns die Personen, die in jüngerem Alter alterssichtig wurden und die aus

früheren Jahrgängen stammen, da wir die Altersuntersuchungen erst von 1880 ab erfassen. Das hat also zur Folge, dass uns in den früheren Jahrgängen die nach unserer Auffassung günstigen Risiken fehlen, während in den späteren Jahrgängen die langlebigen Personen noch nicht erkennen lassen, wie alt sie tatsächlich werden würden. Der erste Mangel verkleinert unser Material auf Personen, die früh alterssichtig wurden und aus der Zeit von etwa 1820-1840 stammen. Ihre Fortlassung hat jedoch an und für sich auf den Mittelwert der Differenz vom Eintritt der Alterssichtigkeit an bis zum Todesalter, klassifiziert nach den drei Graden der Alterssichtigkeit in bestimmte Lebensalter um so weniger Einfluss, als diese Personen zum grössten Teil bei späteren Untersuchungen mit höheren Presbyopiegraden erfasst wurden. Da wir für jede einzelne Person individuell lediglich die Strecke von der Untersuchung bis zum Todesalter verfolgen wobei wir die Klassenbildung nach dem Gesichtspunkt vornehmen, ob der Betreffende z. Zt. seiner Untersuchung einen relativ hohen oder geringen Grad von Presbyopie besass, kann die ganze Auslese für die so gestellte Frage nur eine Verringerung des Materials bringen. Als unerwünscht muss es aber gelten, dass ein Teil der Personen deshalb ausfällt, weil sie zwar untersucht sind, aber sich noch am Leben befinden. Das sind in der Figur diejenigen Personen, deren Totenpunkte erst etwa in dem Dreieck $E F G$ liegen würden. Wenn man diese Personen mitberücksichtigen will, so muss man ihre Lebenslänge nach irgendeiner Absterbeordnung abschätzen. Wie man sieht, handelt es sich hier hauptsächlich um solche Personen, die von 1850 bis 1870 geboren waren, und die in den jüngeren Altersklassen von 1840 bis 1849 zur Untersuchung kamen. Für diese wird man die Absterbeordnung, um bei dem gleichen Material zu bleiben, etwa so ergänzen, dass man die Personen der Generation vom 1810 bis 1830 auf ihre Sterblichkeit zwischen den Altern 60 bis 80 untersucht und auf Grund dieser Sterblichkeit die Sterblichkeit der Generation 1850-1870 hypothetisch ergänzt.

Es ist selbstverständlich, dass bei einer Ergänzung der Untersuchungen durch weiteres Material diese etwas hypothetischen Werte der niederen Altersklassen noch Verbesserungen erfahren können, und dass man bei grösseren Erfahrungen auf diese hypothetischen Ergänzungen verzichten wird.

Dass diese Ergänzungen jedoch keine wesentlichen Fehler herbeiführen, ergibt sich aus der vollkommenen Einhelligkeit der

erzielten Resultate, die durchweg zeigen, wie das Fig. 9 erkennen lässt, dass die drei Gruppen in ihrer Lebensprognose für alle Eintrittsalter deutlich getrennt sind. Dass für die Alter 59-63 eine Ueberschneidung der Kurve stattfindet, ist wohl der an dieser Stelle besonders kleinen Zahl der Beobachtungen der durchschnittlichen Werte sowie einer zufälligen Schwankung zuzuschreiben.

Die vorhandenen Unterschiede sind tatsächlich sehr bedeutend, und es wird unmöglich sein, dass die Lebensversicherung an diesen Resultaten vorübergeht. Die Streuungen sind berechnet worden und betragen für die Durchschnittswerte etwa $1\frac{1}{2}$ -2 Jahre, während die Unterschiede zwischen der Kurve der unterdurchschnittlichen und der überdurchschnittlichen Gruppe in den Altersgruppen, die durch die grössten Zahlen gesichert ist, etwa 8 Jahre beträgt.

Bei anderen Todesursachen fanden wir nur geringe Unterschiede in den drei Presbyopieklassen. Bei Krebs konnte, soweit die geringen Zahlen einen Schluss zulassen, noch von einem leichten Unterschied die Rede sein. Dagegen zeigt Tuberkulose keinerlei Unterschied bei 42 Fällen in der unternormalen Klasse, bei 35 Fällen in der normalen Klasse und bei 26 Fällen in der übernormalen Klasse. Ebensowenig zeigen sich keine grossen Unterschiede bei Lungenentzündung und Grippe mit 58, 40 und 62 Fällen in den drei Klassen. Die Todesfälle an Lues, Diabetes und Nierenleiden sowie an nicht näher bezeichneten kurzfristigen Krankheiten zeigten keinen Unterschied, doch sind die Zahlen viel zu gering, und es ist notwendig, diese letzteren Untersuchungen auf grösserer Basis durchzuführen.

Von besonderer Bedeutung für die Lebensversicherung ist es, dass auch die ungünstigste Klasse der an Arteriosklerose Gestorbenen immer noch günstiger ist als die günstigste Klasse der Gruppe von bedenklichen Krankheiten, die bei einer Untersuchung von Versicherten schon bestanden hat, und die bekanntlich zu Absterben in den ersten Versicherungsjahren führt. Das bedeutet, dass wir es hier wirklich mit einem prognostischen Merkmal zu tun haben, das sich auf die späteren Lebensjahre bezieht, sodass es wirklich zu den bereits in der Versicherung benutzten Merkmalen etwas Neues hinzufügt.

Ich zeige noch Fig. 11, gradlinig ausgeglichene Erwartungskurven, getrennt für Männer und für Frauen.

Man wird die Frage nunmehr aufwerfen, ob es noch andere Merkmale gibt, die einen gleichen Schluss zulassen, wie wir ihn hier aus der Beschaffenheit der Augenlinse gezogen haben.

In meinem Institut ist nun eine Arbeit gemacht worden, die sich auf die Eigenschaften der Krümmung der menschlichen Kopfhaare bezieht. Bei dieser Gelegenheit war es notwendig, die Abhängigkeit der Krümmung dieser Haare vom Alter zu untersuchen, weil bei allen Erblichkeitsuntersuchungen, bei denen Eltern und Kinder ja in verschiedenen Altersgruppen sich befinden, der Einfluss des Lebensalters zunächst ausgeschaltet werden muss.

Bei der Untersuchung des Krümmungsradius der menschlichen Kopfhaare, ergab sich nun bei einer Untersuchung, die Herr KETTLER (12) in meinem Institut durchführte, das merkwürdige Resultat, dass diese Krümmung die in der Fig. 12 dargestellte Altersentwicklung zeigt. Die Tabelle entstammt einem Familienmaterial, und zwar sind die jüngeren Lebensalter im wesentlichen die Kinder, die älteren Lebensalter die Eltern dieses Familienmaterials. Es handelt sich also im genauesten genetischen Sinne um dieselbe Bevölkerungsgruppe. Hierbei fällt auf, dass die Kinder erheblich höhere Werte der Krümmungsradien zeigen als die Eltern. Von den Altern 5 bis etwa 13 ergibt sich allerdings ein Anstieg der Krümmungsradien, von da an jedoch eine ständige Abnahme der Krümmungsradien, d. h. das Haar wird von der frühen Jugend bis zur Pubertät schlüchter und nimmt von da an wieder an Krümmung zu. Das zu Grunde liegende Material umfasst etwa 600 Fälle. Ich möchte noch bemerken, dass die Messung der Krümmung der menschlichen Kopfhaare so erfolgt, dass Durchschnittswerte von etwa 30 bis 40 Haaren gebildet werden, wobei wir bewiesen haben, dass eine weitere Häufung der Messungen eine Veränderung des Mittelwertes nicht mehr herbeiführt. Es ist ferner von uns gezeigt worden, dass es irrig ist, anzunehmen, dass diese Krümmungen durch äussere Umstände wie Feuchtigkeit und Temperatur stark beeinflussbar seien. Wir haben Haare tagelang belastet und vor und nach der Behandlung dieselben Werte erhalten. Es handelt sich um ein recht genaues Merkmal.

Dem entsprechen auch die vollkommen klaren Ergebnisse unserer Erblichkeitsuntersuchungen, die deutlich gezeigt haben, dass die Haarkrümmung in Deutschland nach intermediären Erbgängen vererbt wird. Von irgendeiner Dominanz der stark gekrümmten über die schlüchten Haare, oder umgekehrt, haben wir in Deutschland nichts feststellen können.

Uebrigens zeigten auch einige Kreuzungen zwischen Basuto

mit Pfefferkornhaar und Mischlingen diese deutlich intermediären Formen.

Die Zahlen, welche EUGEN FISCHER (13) bei Rehbother Bastarden angibt, sind nicht ausreichend, um unsere auf grossen Zahlen beruhenden Ergebnisse zu widerlegen.

Uebrigens haben wir keinerlei Spiralfaktoren bei irgendwelchen Haaren feststellen können, vielmehr beruht die Eigenschaft der spiralen Anordnung auf Haaren, die ganz unregelmässig bald in rechts gedrehten, bald in links gedrehten Spiralen erfolgt, vermutlich bei der mehr oder minder grossen Streuung der Haarkrümmungen, sowohl von Haar zu Haar wie auch gelegentlich längs ein und desselben Haares. Dass für diese Streuung erbliche Faktoren massgebend sein können, möchte ich wohl annehmen, aber es dürfte nicht einfach sein, festzustellen, ob hierbei ein oder mehrere Faktoren eine Rolle spielen.

Durch die Verfolgung der Haarkrümmung in verschiedenen Lebensaltern lässt sich anscheinend also ebenfalls ein Kriterium für Vergreisung ausbilden. Man wird sich vorstellen müssen, dass im Laufe der Jahre eine Abnahme der Beteiligung der Haare an der Zirkulation erfolgt, und dass die Haare also genau wie die anderen Teile des Körpers im Laufe der Jahre austrocknen. Dies hat dann stärkere Krümmung zur Folge.

Wir haben es hier jedenfalls mit einem zweiten Merkmal zu tun, das möglicherweise uns recht gute Bestimmungen des Vergreisungszustandes liefert. Das Ergrauen des Haares scheint in weit stärkerem Masse erblich bedingt, sodass bei diesem Merkmal, obgleich es auch in die Klasse der sekularen Altersmerkmale gehört, eine sehr erhebliche Korrektur in Bezug auf den genetischen Faktor notwendig sein würde.

Für die natürliche Lebensdauer des Menschen besteht nun an und für sich von vornherein eine starke erbliche Indikation. Ich darf hier vor allem auf die wichtigen Arbeiten von RAYMOND PEARL und seiner Schüler hinweisen. RAYMOND PEARL hat den Nachweis geliefert, dass eine bestimmte Mutation von *Drosophila*, die eine Verkürzung der Flügel herbeiführt, zugleich die normale Lebensdauer merkbar herabsetzt. Es war schon vorher bekannt, dass die Mehrzahl der Mutationen die Lebensdauer auf den Larvenzustand begrenzt und also überhaupt nicht zu lebensfähigen Fliegen führt. Es ist aber das Verdienst von PEARL, gezeigt zu haben, dass ganz

bestimmte Gesetze in der Verkürzung der Lebensdauer durch Mutation obwalten.

Es fehlt gewissermassen nur der Nachweis, dass auch unter den wilden Fliegen sich Stämme von verschiedener Lebensdauer auslesen lassen, um die volle Analogie mit der Erscheinung zu haben, die wir beim Menschen nachweisen können.

In einer Untersuchung, die in meinem Institut von Herrn auf der NÖLLENBURG (14) zur Durchführung kommt, wird eine Bauernbevölkerung am Niederrhein in nahezu 200 Jahren in allen Gliedern verfolgt. Es ergibt sich das Resultat, (s. Fig. 13) dass das durchschnittliche Todesalter der Kinder eine deutliche Abhängigkeit vom durchschnittlichen Todesalter des Elternpaares besitzt. Nähere Untersuchungen zeigten das interessante Resultat, dass diese Abhängigkeit sich während des ganzen Zeitraums kaum geändert hat. Die letzten Jahrzehnte, die hier nicht mit erfasst sind, werden voraussichtlich eine solche Veränderung ergeben. Diese Resultate sind besonders massgebend, da sich diese Bevölkerung in einer sozial fast unveränderten Bedeutung während des ganzen Zeitraumes befunden hat. Die Resultate beweisen also, dass wir in erheblichem Masse mit genetischen Faktoren für die Lebenslänge zu rechnen haben.

Es wird aber nach meiner Ueberzeugung die Klarheit dieser Zusammenhänge dadurch getrübt, dass wir beim Studium der Lebenslänge Todesfälle in unserem Material mit heranziehen müssen, die in ganz evidenter Weise von der Konstitution unabhängig sind. Es ist sicher, dass die ganzen Zusammenhänge viel klarer hervortreten würden, wenn wir uns auf diejenigen Todesfälle beschränken könnten, die wirklich von dem Altern des Organismus bedingt sind.

Es erscheint deshalb angezeigt, bei den Untersuchungen über Langlebigkeit und Lebensdauer den Versuch zu machen, an Stelle des Studiums der Lebensdauer das Studium der Vergreisung zu setzen. Wir dürfen dann auch hoffen, in das Bild der Erblichkeit grössere Klarheit zu bringen.

Aus diesem Grunde habe ich jetzt Untersuchungen in Angriff genommen, bei denen ich in ganzen Familien von Eltern und Kindern Bestimmungen des Nahepunktes vornehme, der ja ein Mass des Alterszustandes der Augenlinse ist. Aus solchen Untersuchungen hoffe ich, Klarheit darüber zu gewinnen, inwieweit der koloidale Zustand der lebenden Substanz selbst, insbesondere also die wasserbindende Kraft des Gewebes, erblich bedingt ist.

Solche Untersuchungen werden tiefer dringen als die reinen Untersuchungen der Vererbung der erreichten Lebensalter, und werden gestatten, das biologische Element von dem Einfluss von Umgebung und Zufall vollkommen zutrennen.

Eine andere Rolle spielen für die Lebenslänge die Erbkrankheiten wie z. B. der Krebs. Durch Untersuchungen über den Brustkrebs an Mäusen, die ich auf Grund des Materials von LEO LÖB unter Mitwirkung von Herrn Dr. KOLLER angestellt habe, habe ich nachgewiesen (15), dass in diesem Falle der Krebs durch einfache Erbfaktoren bestimmt ist, die eine Allelenreihe bilden. Diese Allelenreihe unterscheidet sich dadurch, dass sie früheren oder späteren Ausbruch des Krebses bedingt, und es scheint, dass die ersten gegenüber den letzteren rezessiv sind.

Diese Untersuchungen werden an dem grossem Materiel von Miss SLYE durch Herrn Dr. KOLLER demnächst fortgesetzt werden. Ich hoffe, dass wir zu einer vollkommenen Aufklärung der komplizierten und zunächst scheinbar in Widerspruch miteinander stehenden Erscheinungen in der Vererbung des Krebses kommen werden, nachdem es uns schon gelungen ist, die hauptsächlichsten Widersprüche zwischen den Ergebnissen von Dr. LEO LÖB und A. E. C. LATHROP einerseits und Miss SLYE andererseits zu beseitigen.

Der Besitz oder Nichtbesitz solcher Erbfaktoren bildet ein weiteres Moment für die Beurteilung der menschlichen Lebensdauer.

Die ganze Problemlage ist also heute etwa so zu charakterisieren:

Wir besitzen 1. Allgemeine Bedingungen der Vergreisung, vielleicht auf einfacher erblicher Grundlage, gemessen an der Beschaffenheit von Augenlinse, Haaren und Epidermis.

Wir besitzen 2. Erbfaktoren für tödliche Krankheiten, z. B. Krebs, aber auch Tuberkulose (Miss ELDERTON, v. Verschuer u. a.) Diabetes usw.

Zwischen diesen beiden Gruppen von Bedingungen besteht insofern eine Beziehung, als die Erbfaktoren gewisser Krankheiten ihrerseits nur bei einem bestimmten Alterszustand der lebenden Materie zur Wirkung kommt, und zwar Tuberkulosefaktoren nur bei jugendlichem Zustand der lebenden Substanz, die Krebsfaktoren nur bei einem mehr oder weniger fortgeschrittenen Alterszustand. Nur bei Fällen der zweiten Gruppe von inneren Todursachen können wir mit dem gesetzmässigen und natürlichen Ablauf rechnen. Dieser natürliche Ablauf wird aber nun seinerseits noch dadurch

modifiziert, dass möglicherweise auch auf genetischen Faktoren beruhend für verschiedene Organe eine verschieden starke Tendenz zum Altern bestehen wird. Bei Individuen, bei denen die lebenswichtigen Organe wie Herz und Gefäße geringere oder grössere Neigung zeigen zu altern, werden höhere oder geringere natürliche Alter erreicht.

Das Gesamtbild der Theorie ist also ziemlich kompliziert. Dennoch erscheint eine Aufklärung mit den uns zur Verfügung stehenden Forschungsmitteln möglich, ja noch mehr. Wenn wir für jedes Individuum z. B. den Alterszustand der Linsen, der Haare, der Haut usw. über eine längere Reihe von Jahren verfolgen, so besteht durchaus die Möglichkeit die erhaltene Kurve für künftige Jahre fortzusetzen und damit den künftigen Vergreisungszustand zu prophezeien. Hiermit wird bis zu einem gewissen Grade auch die künftige Lebensdauer eingeengt.

Auf der anderen Seite sind wir in der Lage, falls Versuche auftauchen, mit Hilfe bestimmter Mittel, das Altern hinauszuschieben, diese Mittel auf ihre Wirksamkeit zu kontrollieren. Denn die Veränderung des Nahepunktes des Auges ist innerhalb eines Intervalls von zwei Jahren mit ausreichender Sicherheit festzustellen.

Die Forschung steht also hier vor der Möglichkeit, nicht nur zu prophezeien, sondern unter Umständen auch da zu helfen, wo abnorm rasches Altern infolge pathologischer Vorgänge stattfindet.

Jedenfalls eröffnet sich hier der Forschung ein neues Feld, und die Bevölkerungsstatistik, die bisher von der experimentellen Biologie und Medizin auf diesem Gebiet verhältnismässig getrennt gearbeitet und geforscht hat, tritt nun in unmittelbarste und lebendige Berührung mit der fortschreitenden Biologie und Medizin.

LITERATUR-VERZEICHNIS.

(1) M. BÜRGER, *Z. experim. Med.* 25 (1921).

BÜRGER und SCHLOMKA, *Z. experim. Med.* 55 (1927), 58 (1928), *Klin. Wochenschr.* 1928, Nr. 41.

SCHLOMKA, *Ueber neuere Ergebnisse der Altersphysiologie und ihre klinische Bedeutung*, *Med. Klinik*, Bd. 26, Nr. 29, 1930.

(2) JULIUS BERNSTEIN, *Elektrobiologie*, Braunschweig 1912.

(3) CHARLES B. DAVENPORT, *Adolescent spurt in Growth*, in «The laws of life», Memorial Volume in honour of the 60th Birthday of Prof. Dr. V. Ruzicka, Prag, 1930.

(4) T. DOBZHANSKY, *Interaction between female and male parts in gynandromorphs of Drosophila simulans*.
W. ROUSE ARCHIV f. (in gewöhnlicher Schrift). *Entwicklungsmechanik der Organismen* Bd. 123, Heft 3/4, 1931.

(5) L. FEILCHENFELD, *Die diagnostische Bedeutung der Gewebeprüfung für die Versicherungspraxis*, Zeitschr. f. d. gesamte Versich.-Wiss. Bd. 31, Heft 2, 1931.

(6) DONDERS, *Beiträge zur Kenntnis der Refraktions- u. Akkomodationsanomalien*, Arch. f. Ophtalm. Bd. 6, Teil II, 1860-61.

(7) A. JESS, *Beiträge zur Kenntnis der Chemie der normalen und pathologisch veränderten Linse des Auges*, Zeitschr. f. Biologie Bd. 61, 1913.

(8) F. P. FISCHER, *Ernährung und Stoffwechsel der Gewebe des Auges*, Ergebnisse d. Physiologie Bd. 31, S. 533, 1931.

(9) KRONFELD U. BORMANN, *Zur Frage der Linsenatmung*, Zeitschr. f. die g. Argenheilkunde Bd. 65, S. 41. 1928.

(10) R. HEIDEMANN, *Presbyopie u. Lebensdauer*, Dissert. Göttingen 1931.

(11) H. STEINHAUS, *Weitere Untersuchungen über den Zusammenhang von Presbyopie und Lebensdauer*, Dissert. Göttingen 1931.

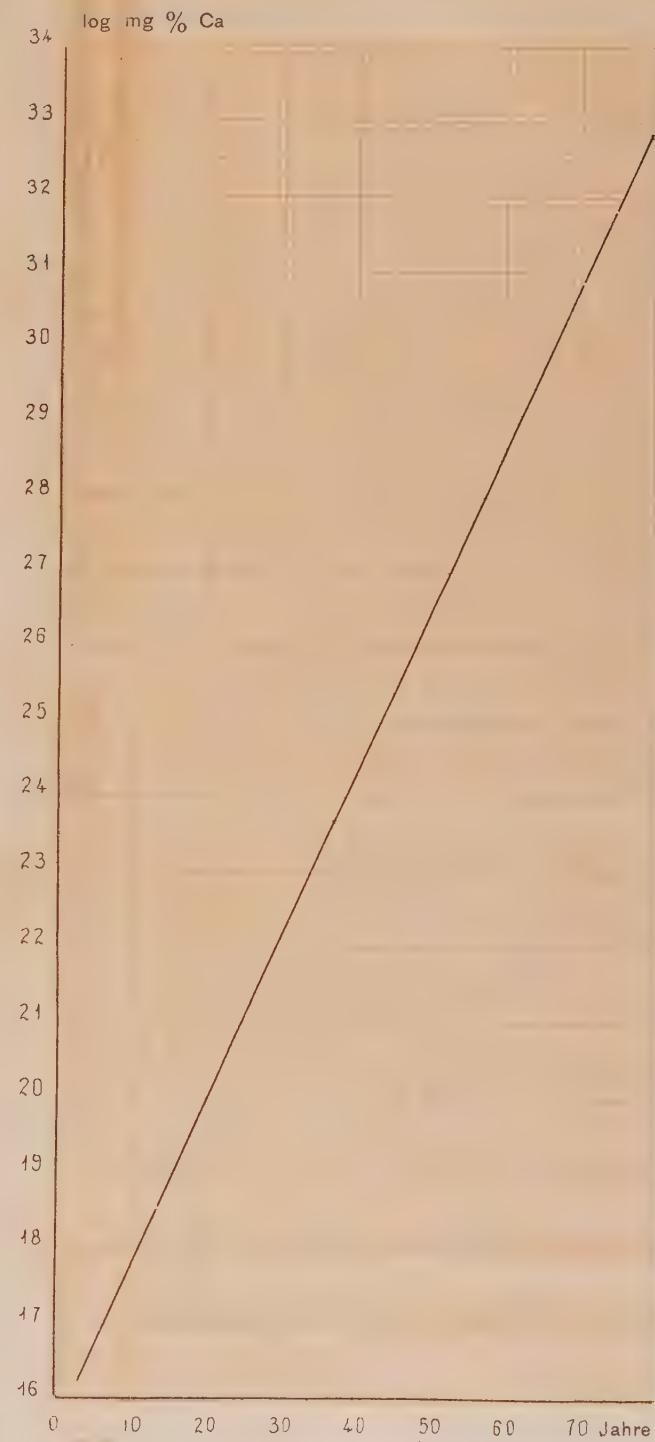
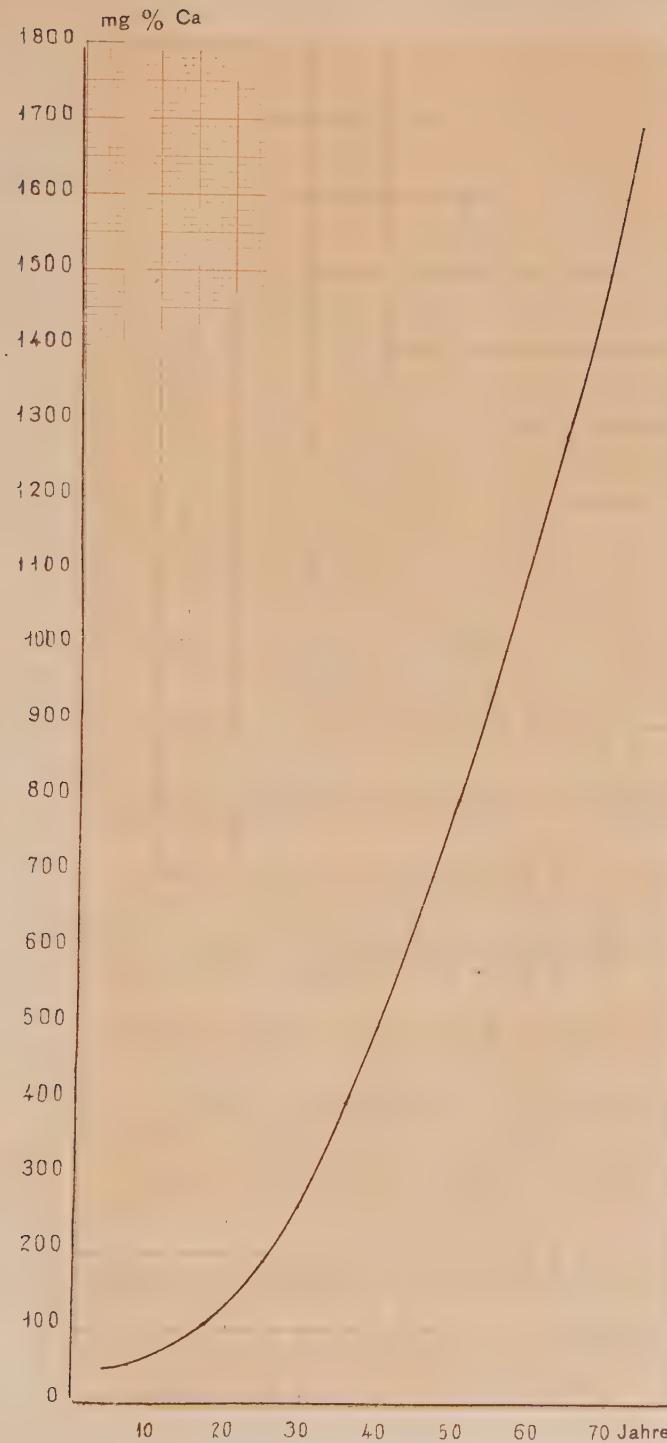
(12) G. KETTLER, *Die Krümmung des menschlichen Kopfhaares und ihre Vererbung, noch nicht abgeschlossene Dissert.*

(13) E. FISCHER, *Die Rehbother Bastards*. Jena 1913.

(14) W. AUF DER NÖLLENBURG, *noch nicht abgeschlossene Dissert.*

(15) F. BERNSTEIN, *Die Erblichkeit und Natur des Krebses*, Med. Welt 1930, Nr. 33.
Ueber die Erblichkeit und Natur des Krebses, Med. Klinik 1930, Heft 43/44.

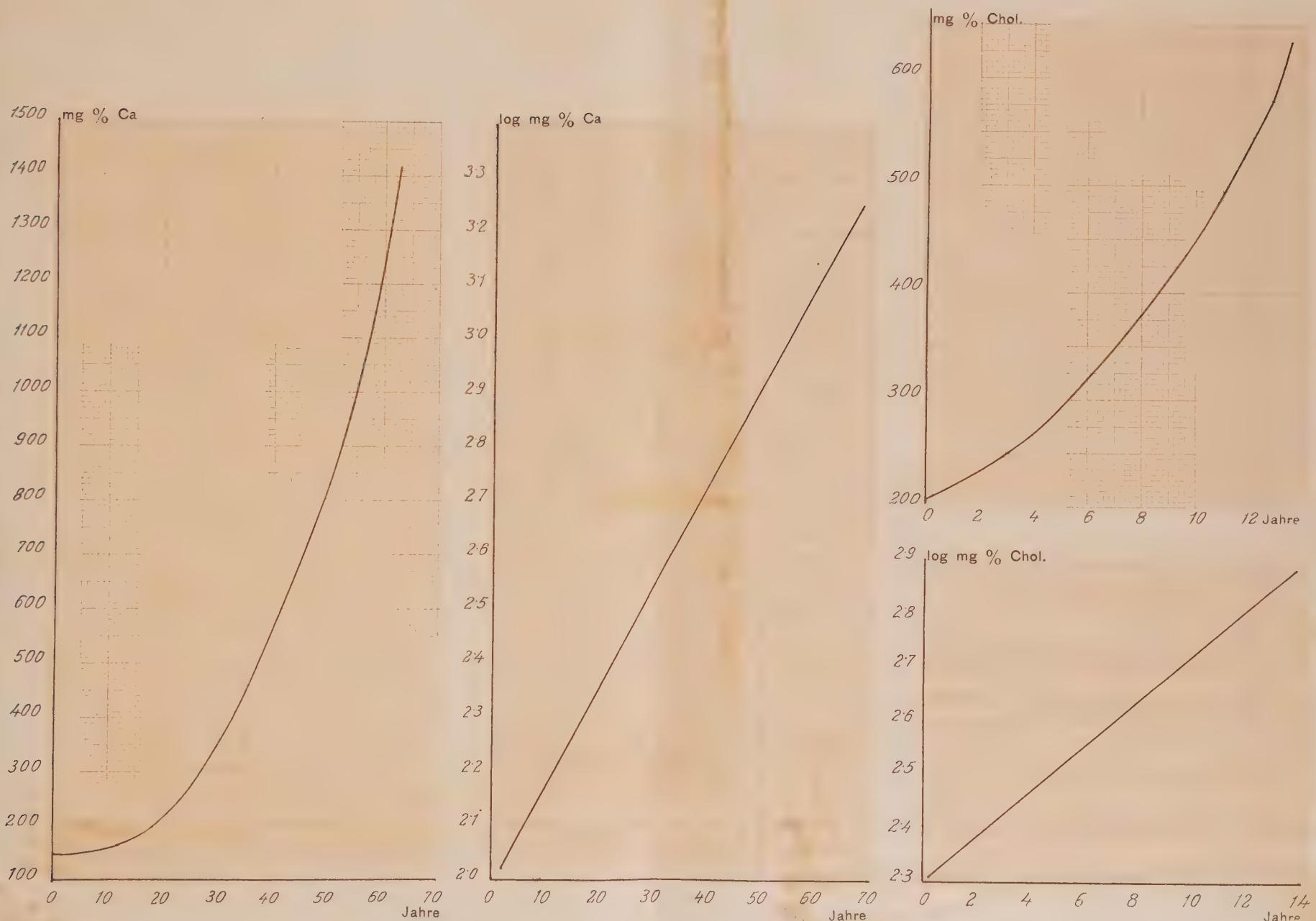
FIGUR 1.
SCHLACKENSUBSTANZEN UND
ALTER



1) MENSCHLICHE AORTA.
CALCIUMGEHALT (22 EINZELWERTE)



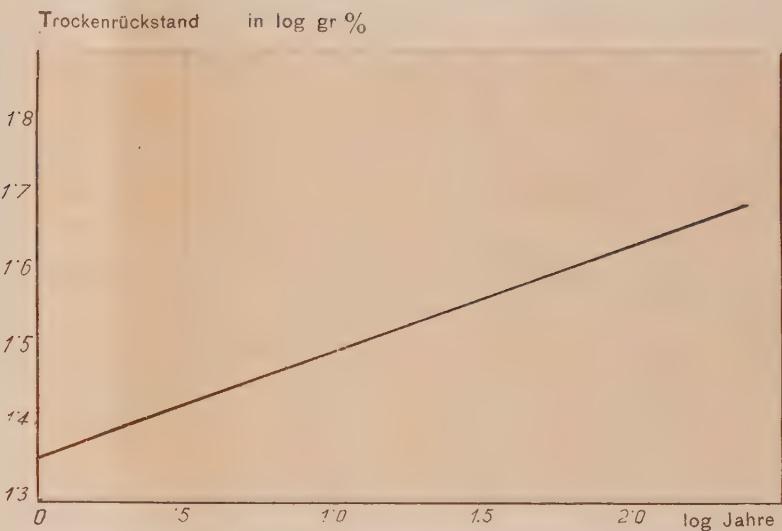
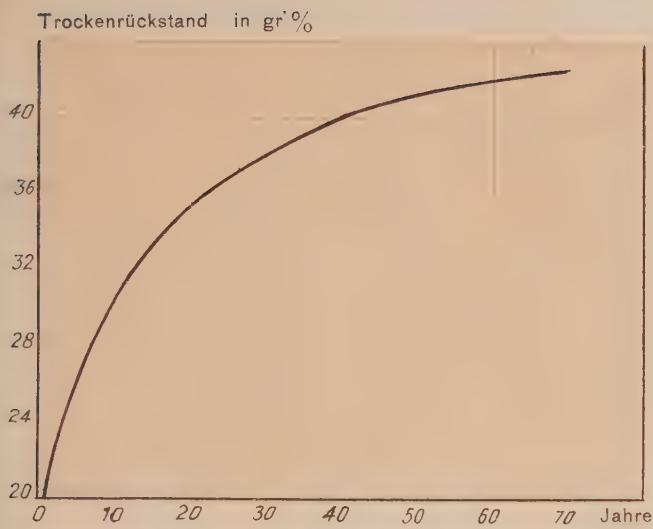
FIGUR 2.
SCHLACKENSUBSTANZEN UND ALTER,



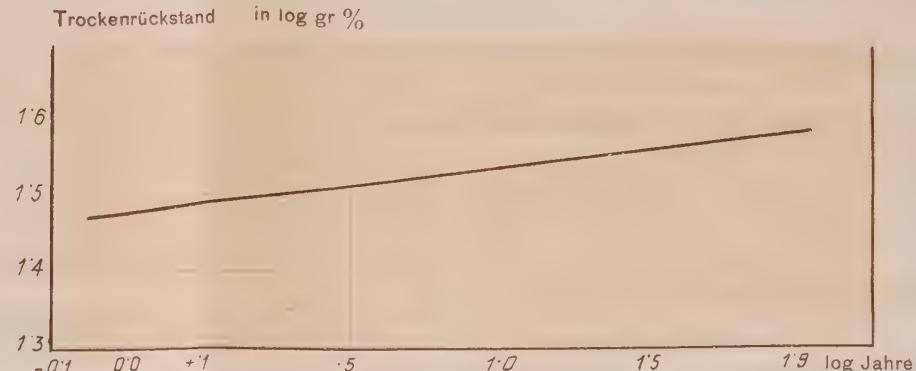
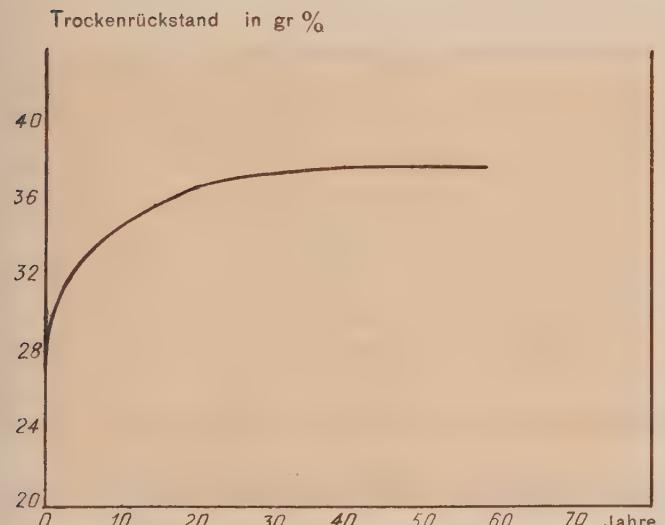
MENSCHLICHER RIPPENKNORPEL.
CALZIUMGEHALT DER TROCKENSUBSTANZ
(80 EINZELWERTE).

RINDERLINSEN (CHOLESTERINGEHALT)

FIGUR 3.
Trockenrückstand
und
Alter.

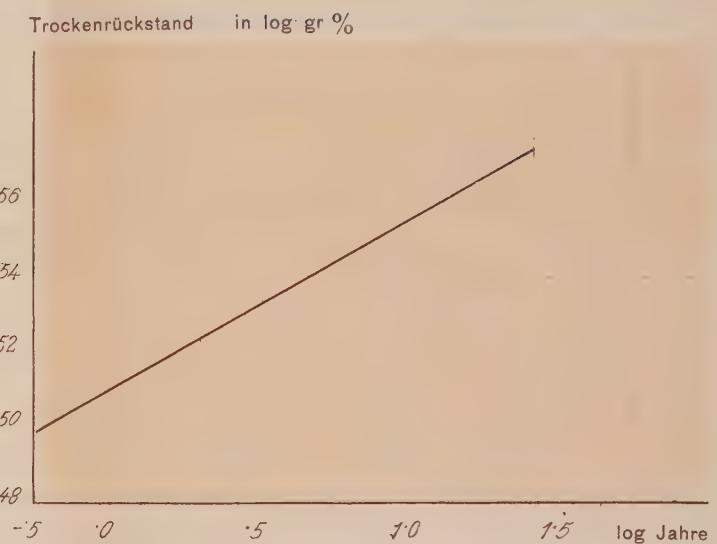
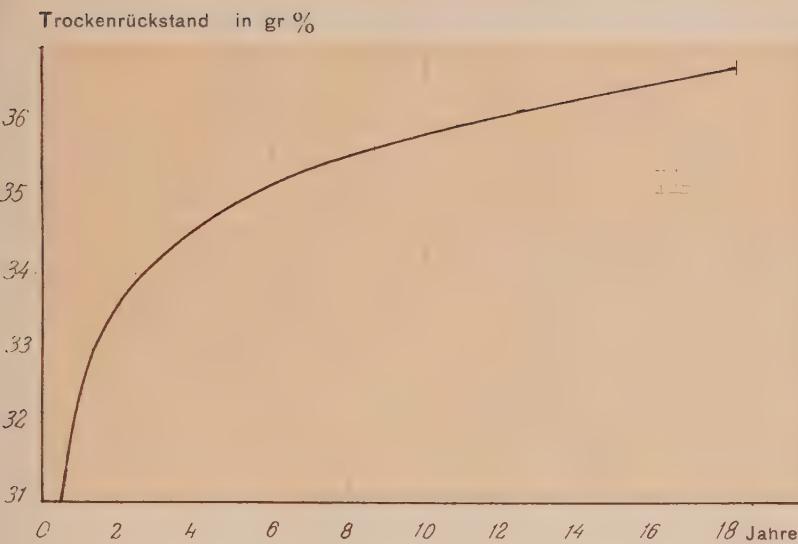


1. Menschlicher Rippenknorpel.
(100 Einzelwerte)

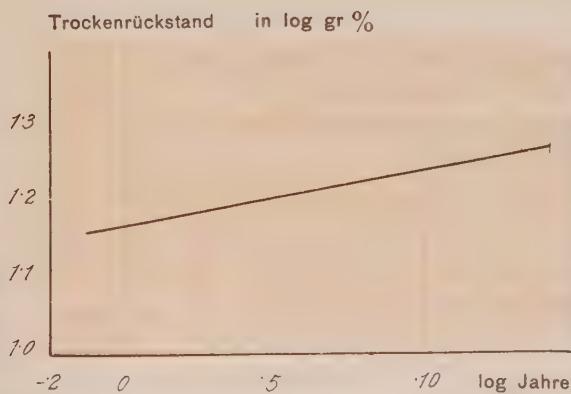
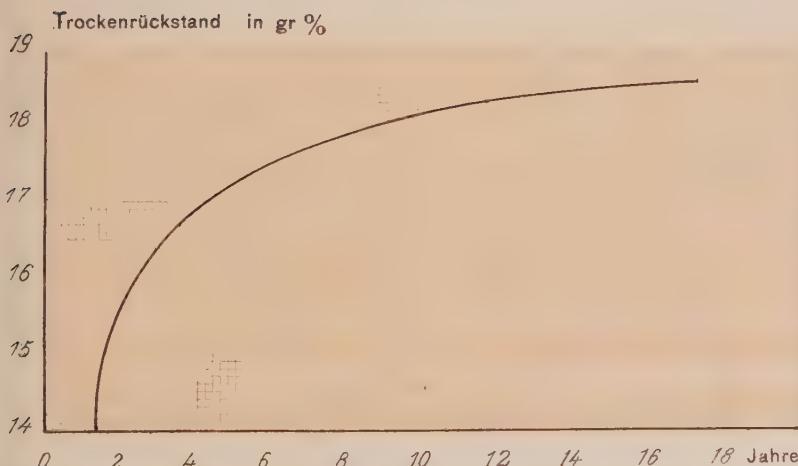


2. Menschliche Haut.
(72 Einzelwerte)

FIGUR 4.
Trockenrückstand und Alter.

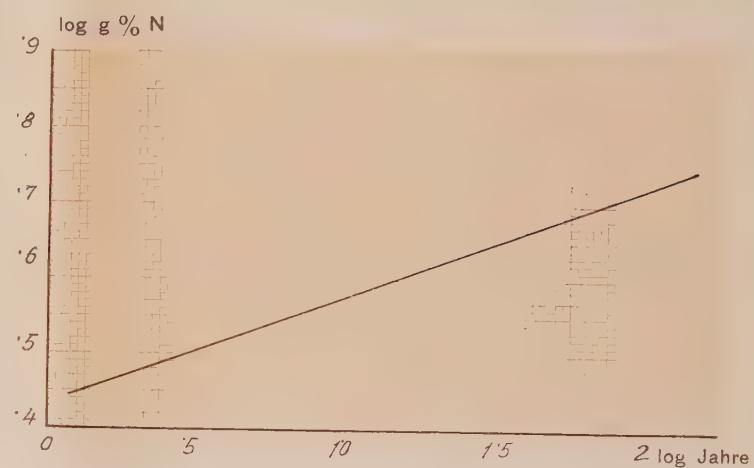
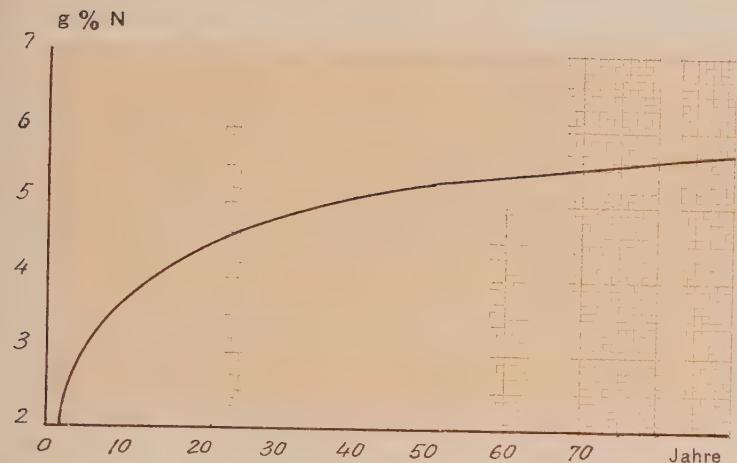


3. Rinderlinsen.
(75 Einzelwerte)

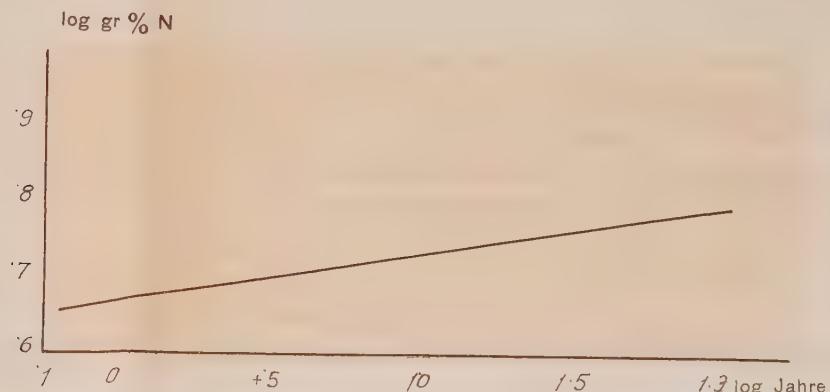
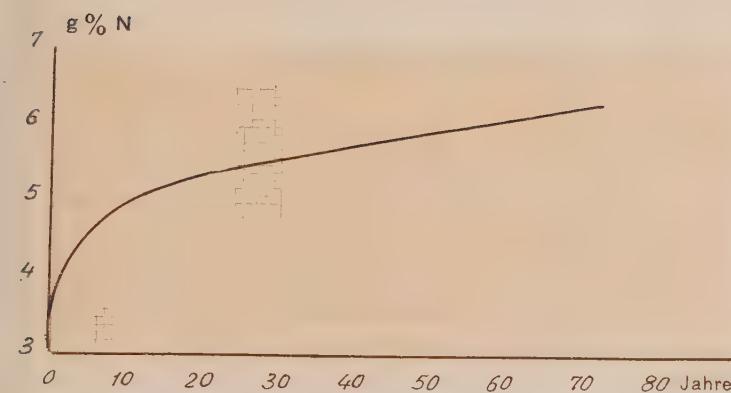


4. Rinderhornmacht.
(82 Einzelwerte)

FIGUR 5.
Stickstoffgehalt und Alter.

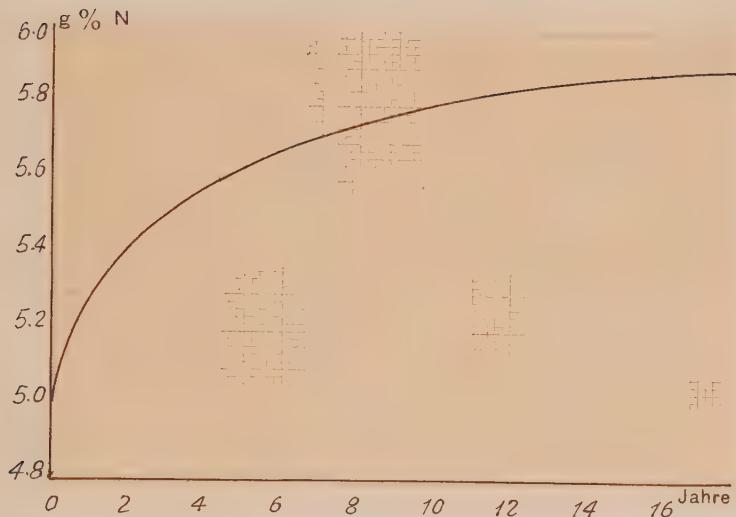


1 Menschlicher Rippenknorpel.
(100 Einzelwerte)

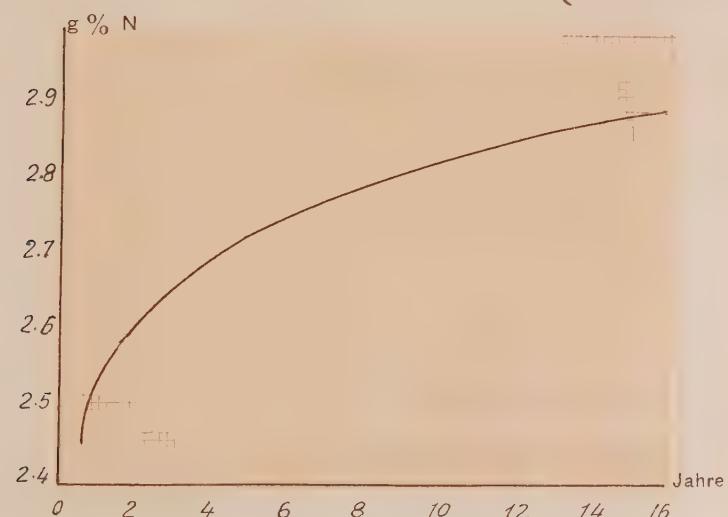
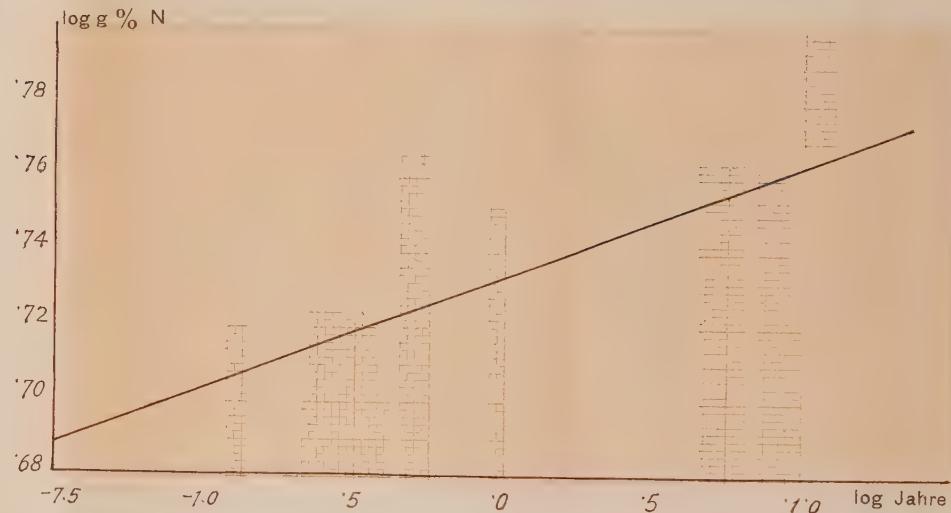


2. Menschliche Haut.
(72 Einzelwerte)

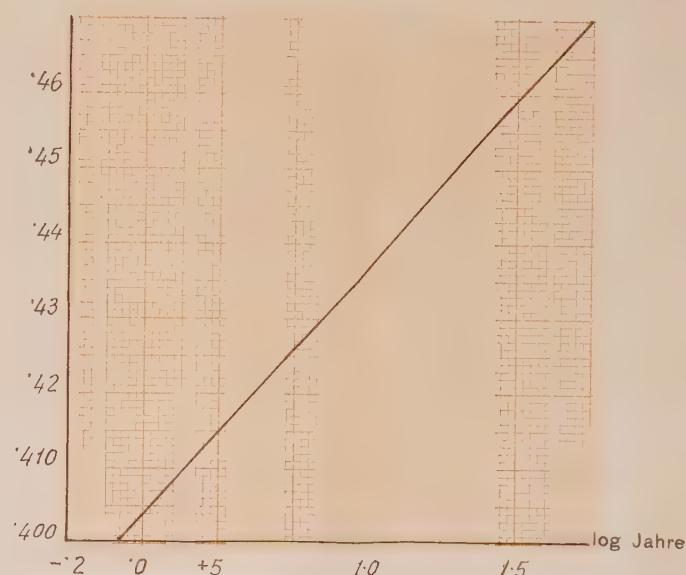
FIGUR 6.
Stickstoffgehalt und Alter.



3. Rinderlinsen.
(76 Einzelwerte)

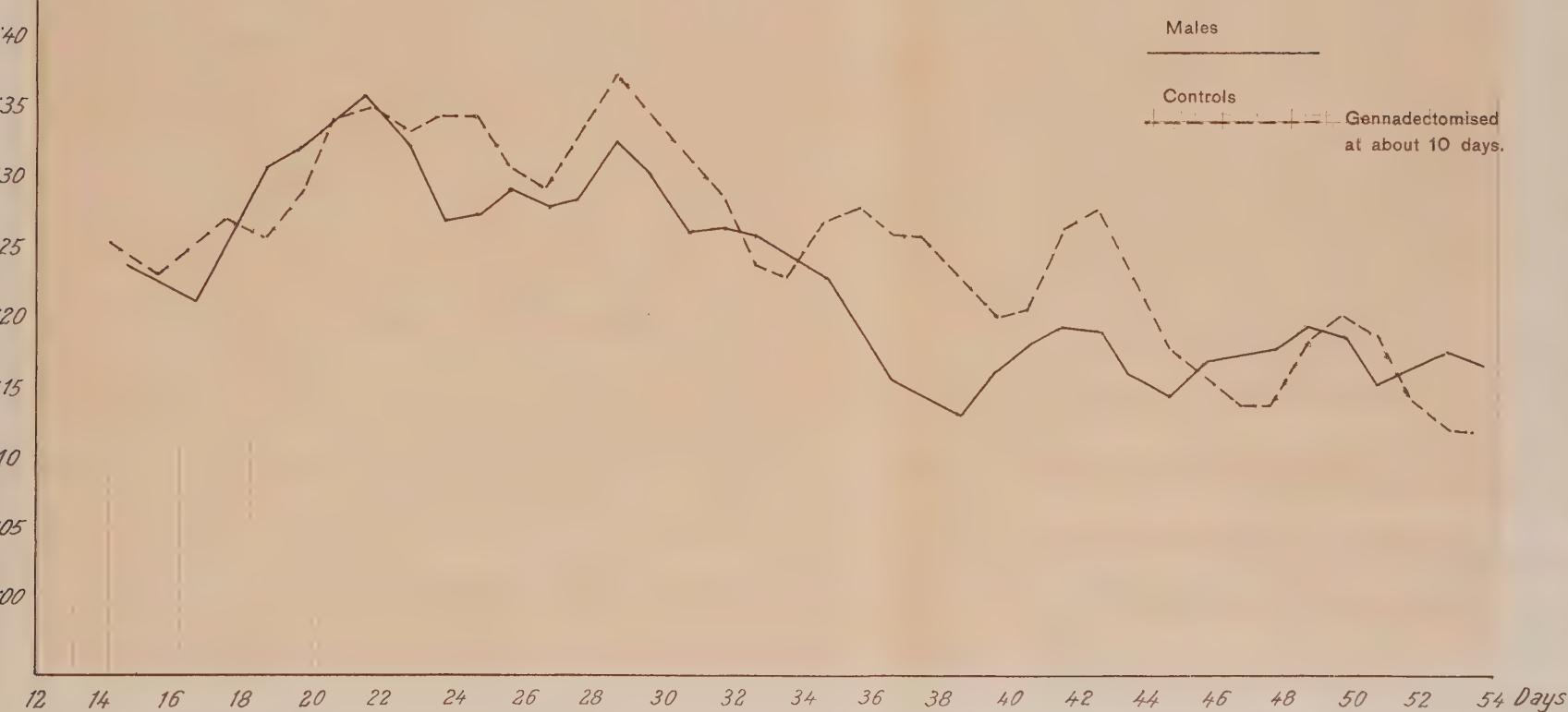


4. Rinderhornhaut.
(42 Einzelwerte)



FIGUR 7.

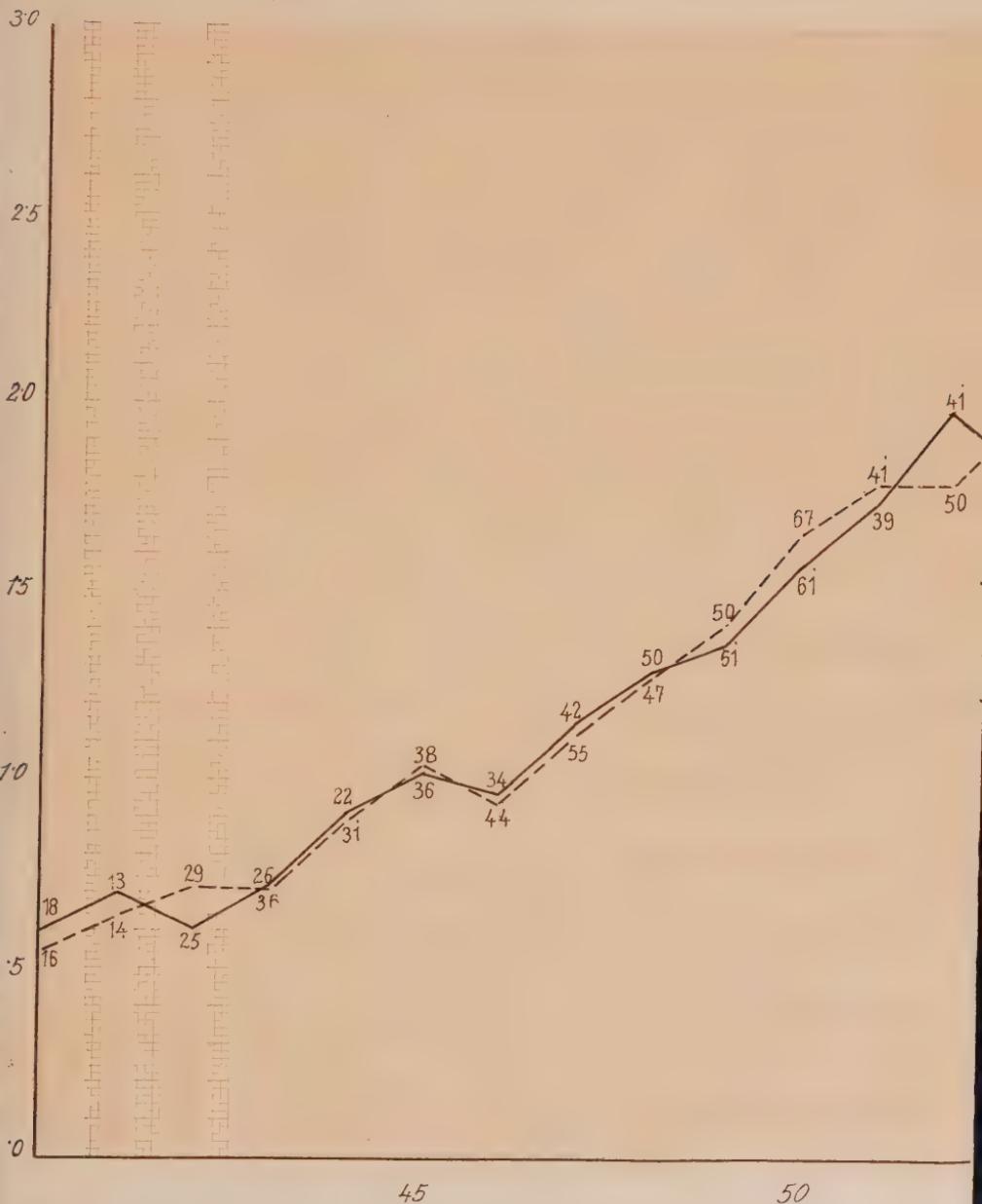
Average daily increments in weight.
Mice in litters of 7-4.
Smoothed curves.



Presbyopie

Norm: Leseweite 33 cm

Presbyopie in Dioptrien



JR 8.

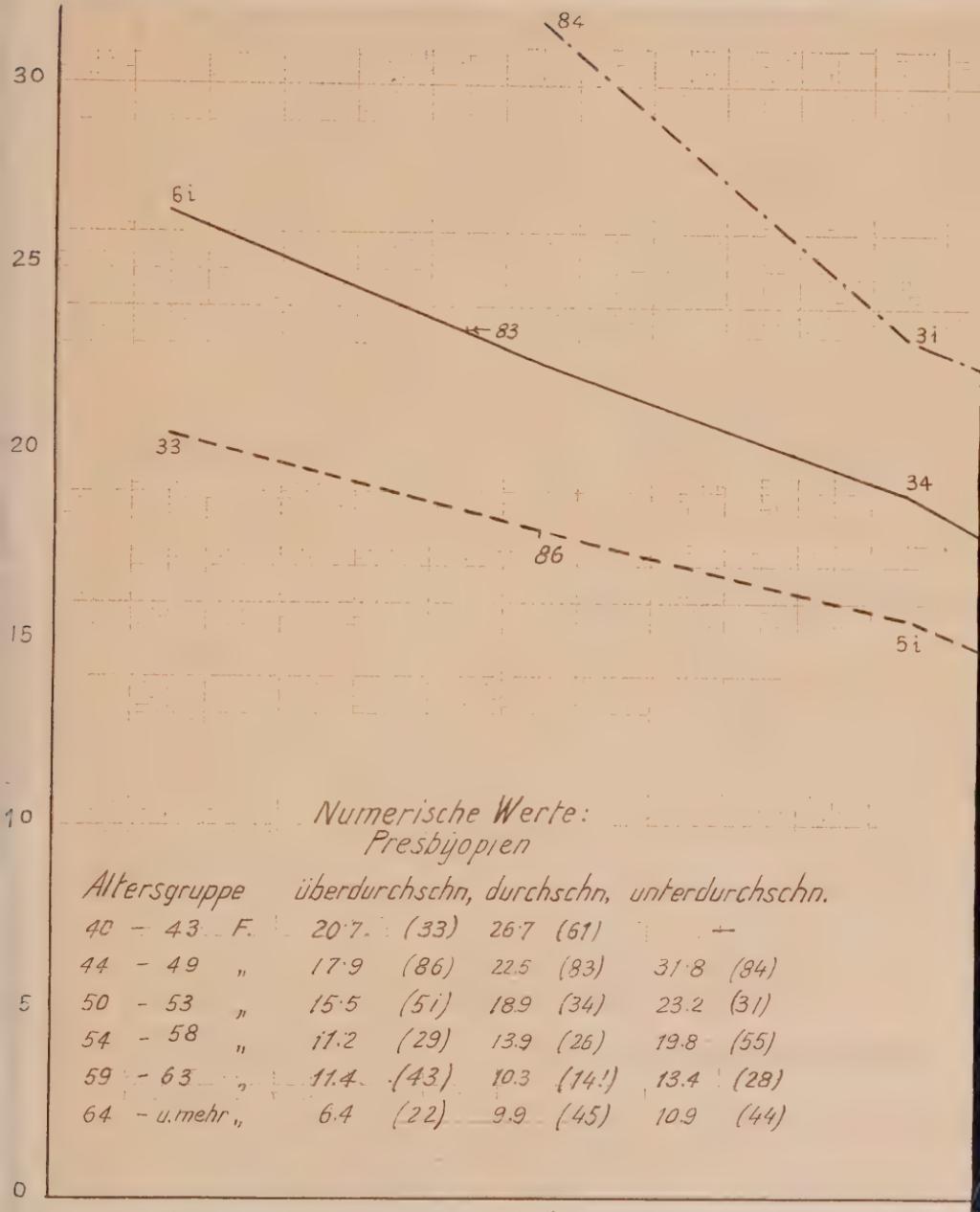
urchschnitte.

Lesegrösse Jaeger III-V.



Die Lebenserwartung
und Frauen getrennt
Todesursache: Herz-

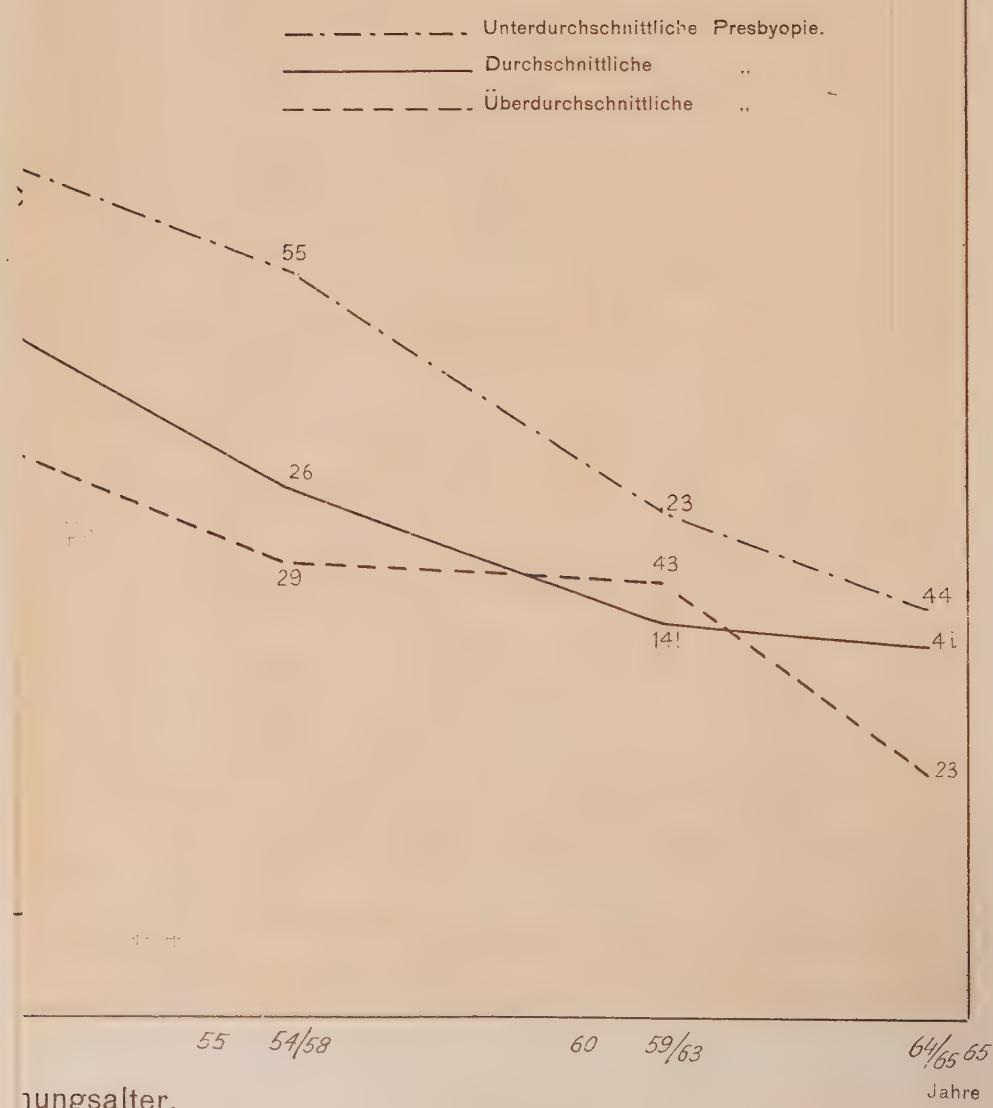
Lebenserwartung in Jahren



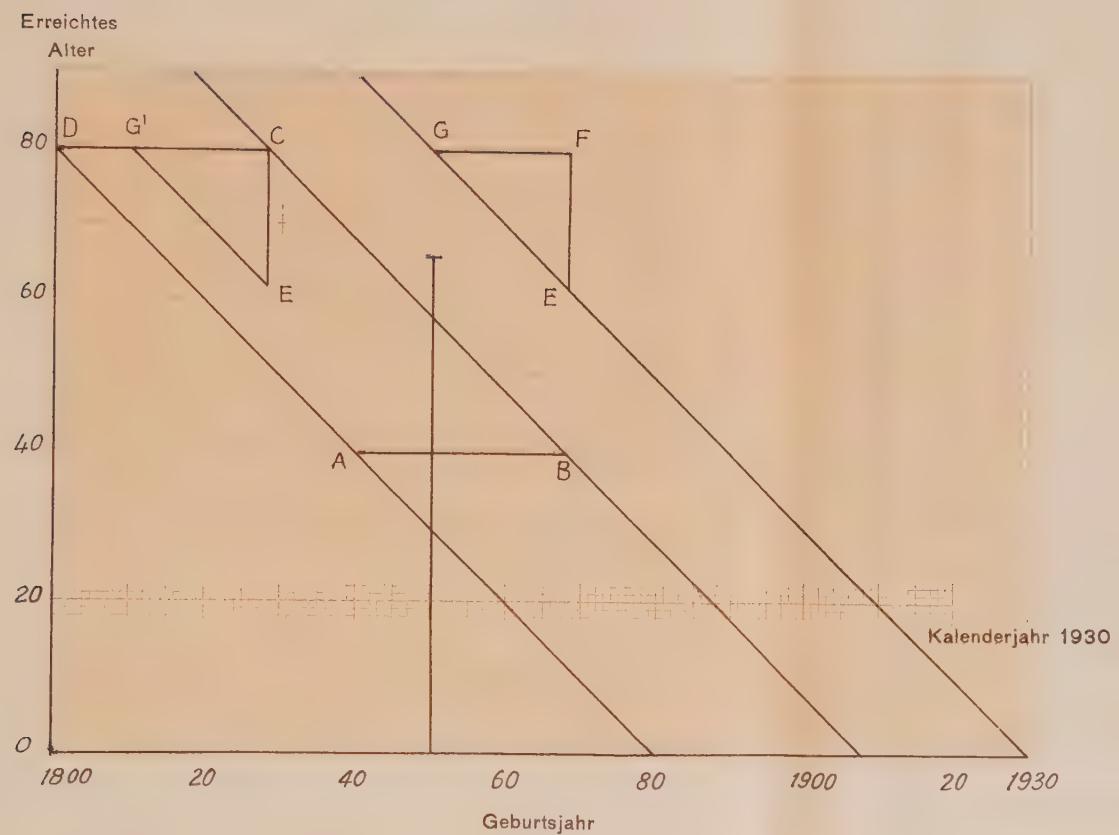
Numerische Werte:
Presbyopien

Altersgruppe	überdurchschn.	durchschn.	unterdurchschn.
40 - 43 F.	20.7 (33)	26.7 (61)	31.8 (84)
44 - 49 "	17.9 (86)	22.5 (83)	23.2 (31)
50 - 53 "	15.5 (51)	18.9 (34)	19.8 (55)
54 - 58 "	17.2 (29)	13.9 (26)	13.4 (28)
59 - 63 "	11.4 (43)	10.3 (14!)	10.9 (44)
64 - u. mehr "	6.4 (22)	9.9 (45)	5.1 (53)

in bei Männern
nach Presbyopieklassen
und Gehirnchlag.



FIGUR 10.
Lexis'sches Bevölkerungsschema.



55 54/58

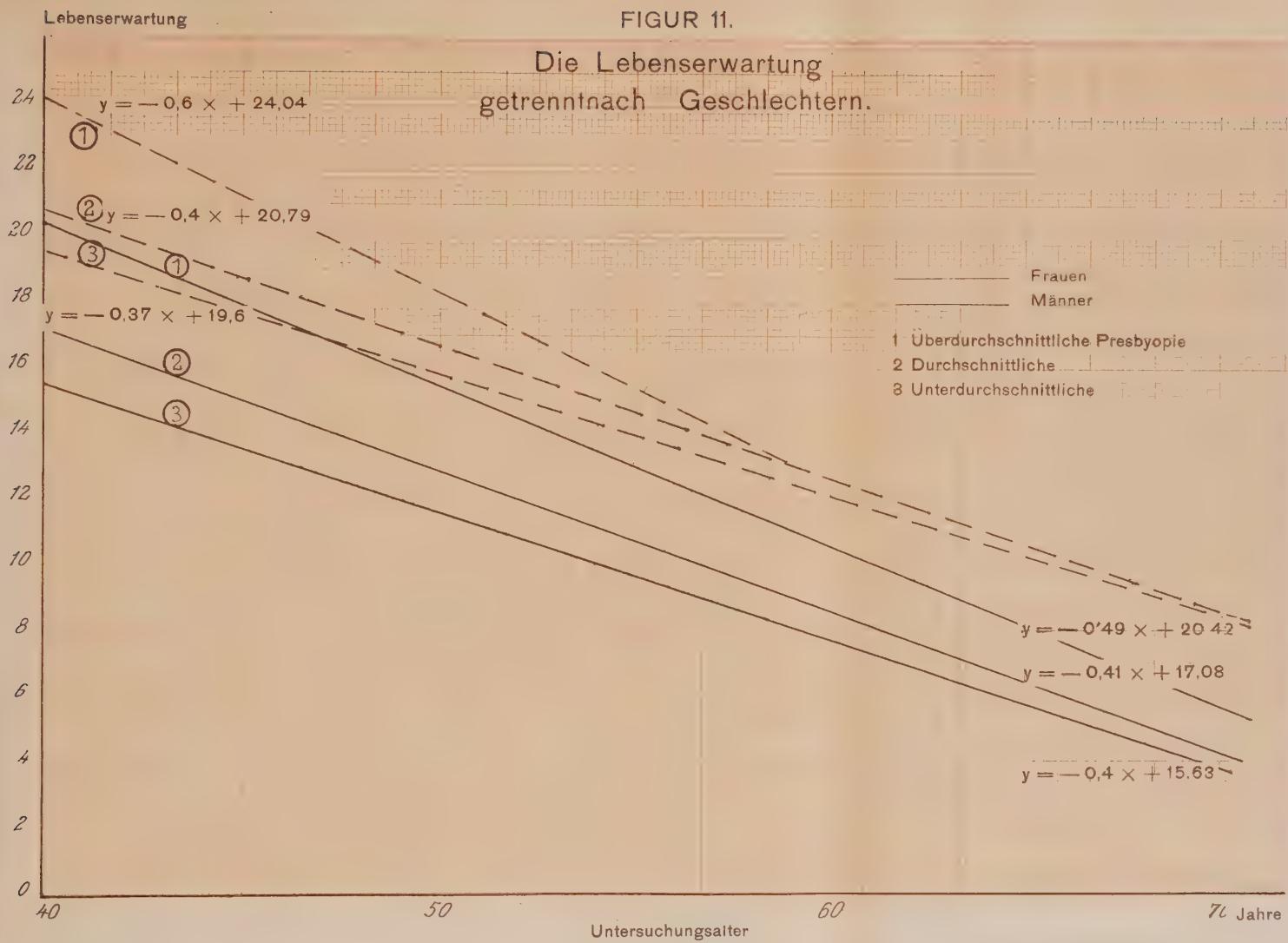
60 59/63

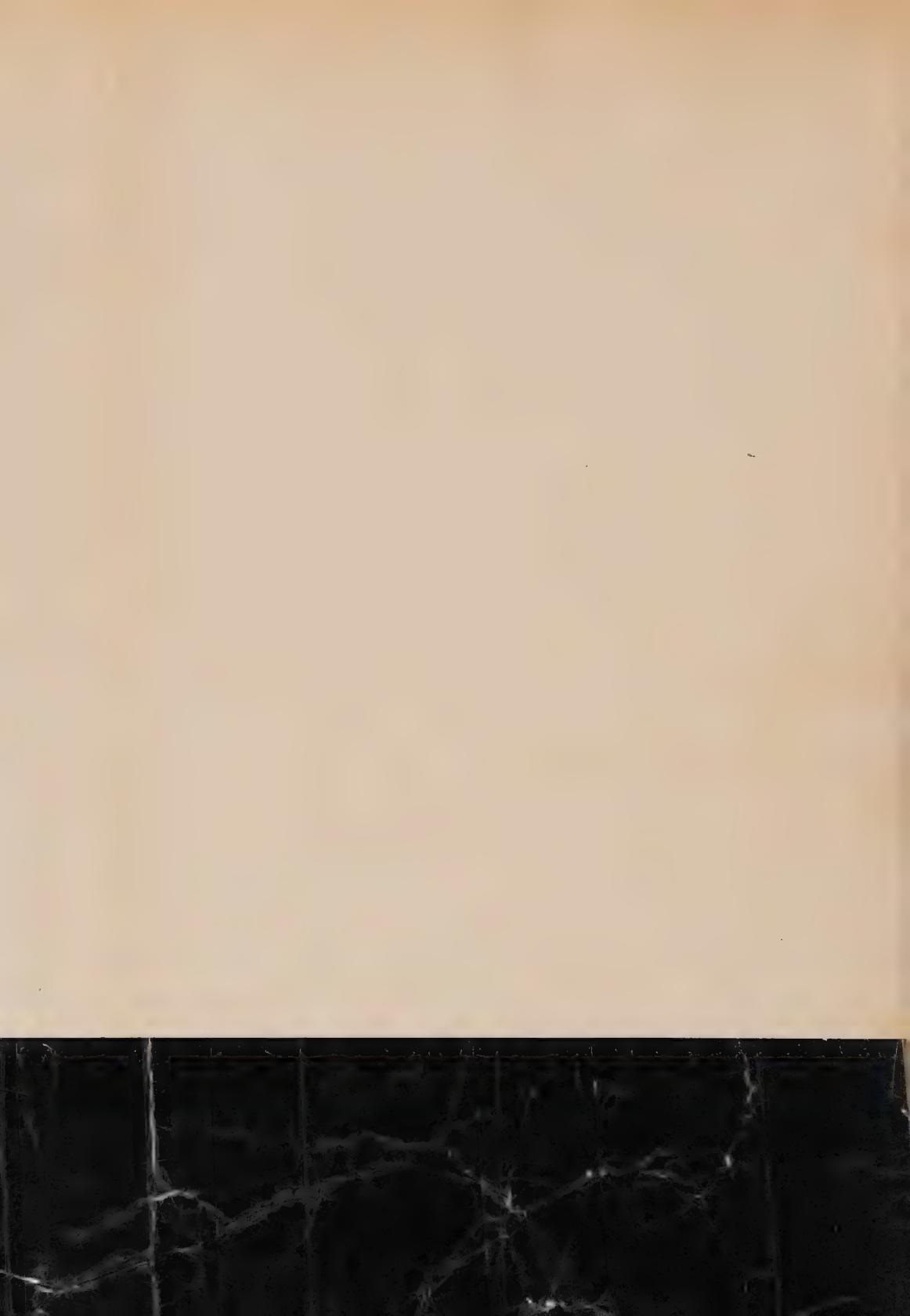
64/65 65

1ungsalter.

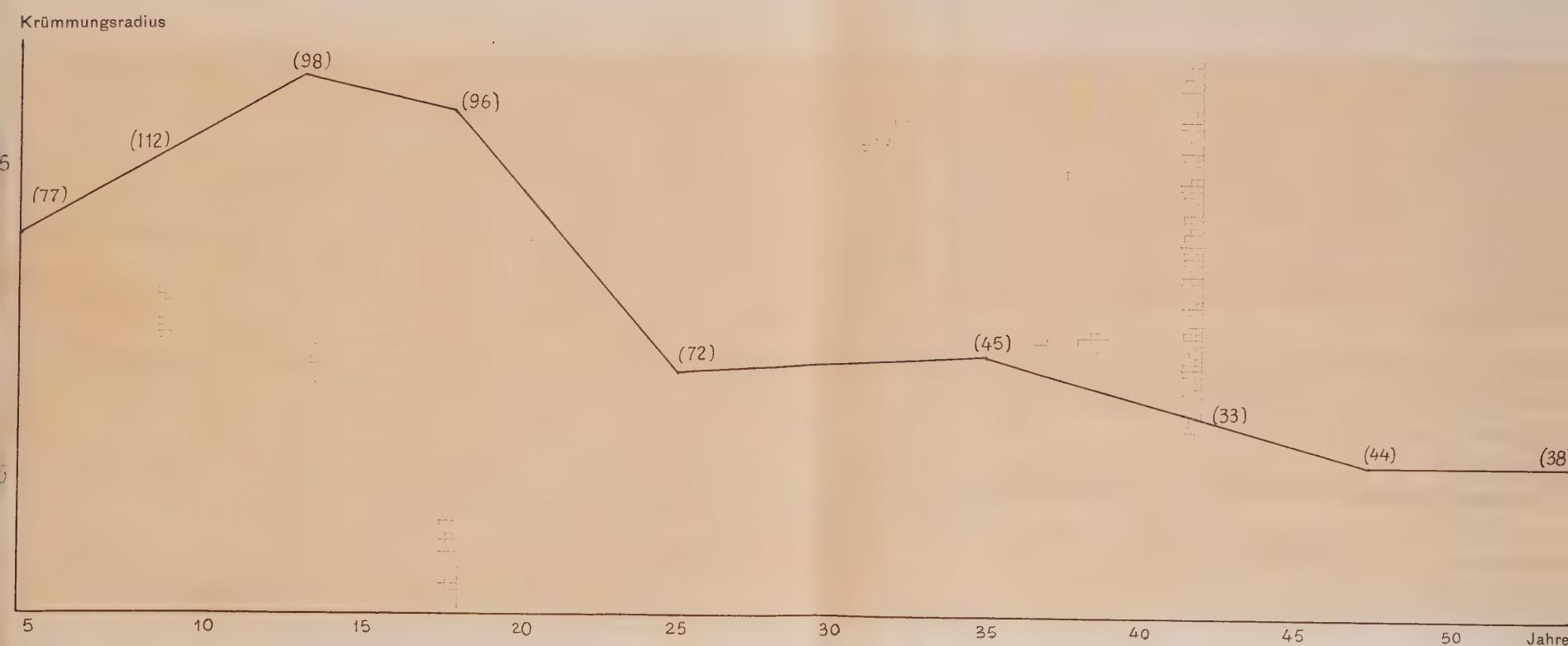
Jahre

FIGUR 11.

Die Lebenserwartung
getrennt nach Geschlechtern.



FIGUR 12.
Die Bewegung der Krümmungsradien
des menschlichen Kopfhaares mit wachsendem
Alter (Kurve mechanisch ausgeglichen)
(Dissertation von G. Kettler)



In Klammern die Anzahlen der jeweiligen Bestimmung.

55 54/58

60 59/63

64/65 65

1ungsalter.

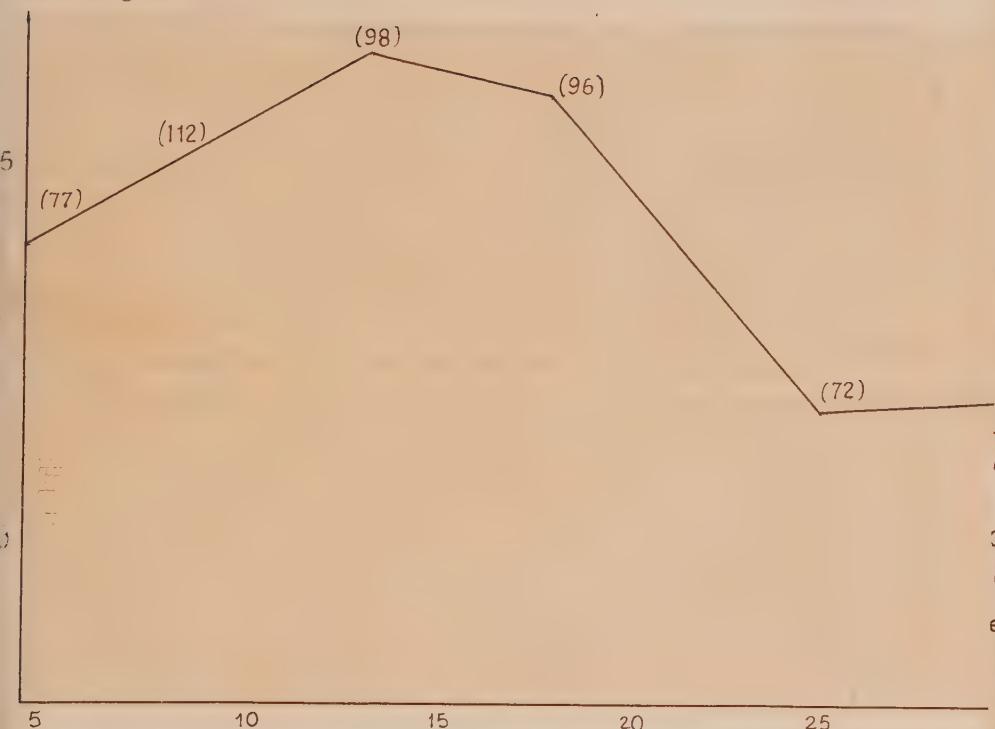
Jahre

FIGUR 19

Die Bewegung der
Kurve des menschlichen Kopfhaa
Alter (Kurve mechanis)

(Dissertation von

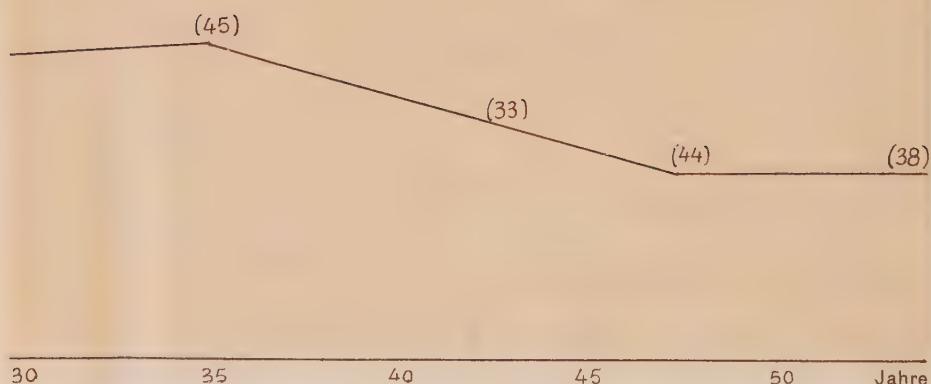
Krümmungsradius



In Klammern die Anzahlen der

2.

rümmungsradien
res mit wachsendem
ch ausgeglichen)
G. Kettler)

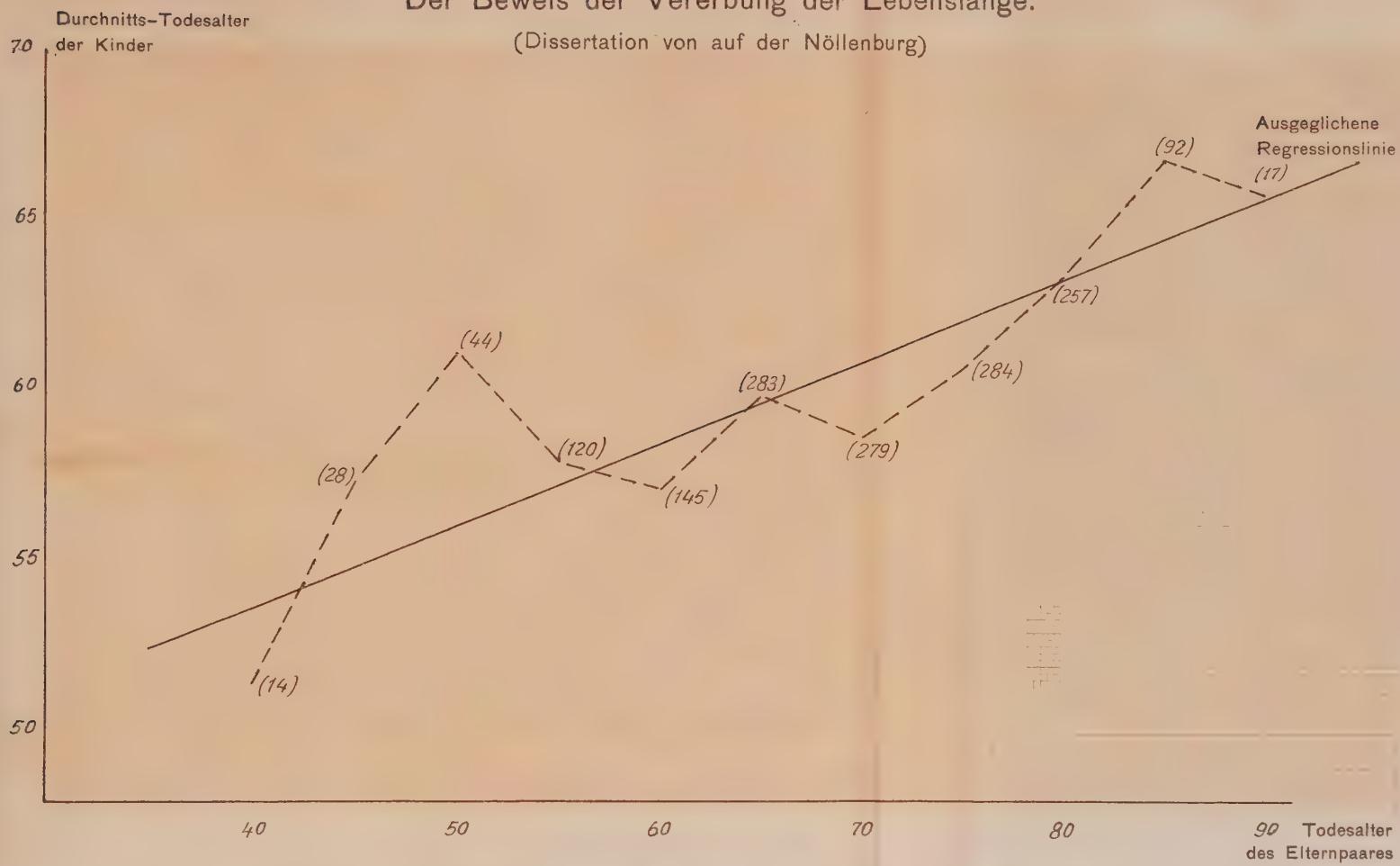


er jeweiligen Bestimmung.

FIGUR 13.

Der Beweis der Vererbung der Lebenslänge.

(Dissertation von auf der Nöllenburg)



Die durchschnittlichen Todesalter der Kinder in Abhängigkeit vom
Todesalter der Eltern (Ausgeglichen nach der Methode der kleinsten Quadrate
(In Klammern die Anzahlen)

CORRADO GINI

IN COLLABORAZIONE CON L. DE BERARDINIS E L. GALVANI

**Sulla selettività delle cause di morte
durante l'infanzia**

Mentre si parla così spesso della influenza che la diffusione delle misure igienico-terapeutiche e la conseguente diminuzione della mortalità esercitano sopra la selezione naturale e quindi sopra le qualità congenite della popolazione, non so se sia stata mai eseguita una ricerca tendente ad accertare le variazioni nella importanza che, nella mortalità complessiva, le cause selettive di morte assumono di fronte alle non selettive.

Si prestano a siffatta ricerca le statistiche italiane, in quanto che, dal 1886 al 1923, non vi fu, in esse, alcuna sensibile modificazione della classificazione delle cause di morte. Una modificazione sostanziale intervenne soltanto a partire dal 1924, e gli anni successivi devono pertanto venir considerati a parte.

In questa relazione, che presento a nome dell'Istituto Centrale di Statistica, mi sono limitato a considerare la mortalità della prima infanzia (da 0 a 1 anno), rimandando a successive ricerche l'esame della mortalità per i gruppi di età più elevate.

È appena necessario precisare che, per cause selettive di morte, intendiamo quelle che eliminano individui congenitamente o acquisitamente tarati, i quali possono pertanto considerarsi dotati di una minore resistenza organica.

Nell'appendice prima, il Dr. DE BERARDINIS spiega particolarmente i criteri che sono serviti di guida nel distinguere, tra le cause di morte, le selettive dalle non selettive.

TAVOLA I.

**Mortalità della prima infanzia attraverso il tempo
nel Regno d'Italia.**

ANNO	Morti sotto un anno, % _{oo} nati vivi			% morti sotto un anno, sono dovute a cause selettive
	per cause selettive	per cause non selettive	complessivamente	
			1	2
1887.....	60,66	136,52	197,18	30,8
1888.....	62,28	135,42	+ 197,71	+ 31,5
1889.....	57,51	128,40	— 185,91	— 30,9
1890.....	(a)	(a)	194,35	(a)
1891.....	60,64	125,83	186,47	32,5
1892.....	(b)	(b)	184,91	(b)
1893.....	(b)	(b)	180,01	(b)
1894.....	(b)	(b)	184,23	(b)
1895.....	56,90	130,65	187,55	30,3
1896.....	53,53	123,88	— 177,41	— 30,2
1897.....	49,00	115,40	— 164,40	— 29,8
1898.....	49,67	120,10	+ 169,77	— 29,3
1899.....	49,09	106,34	— 155,43	+ 31,6
1900.....	52,37	120,58	+ 172,95	— 30,3
1901.....	53,61	112,14	— 165,75	+ 32,3
1902.....	52,79	120,90	+ 173,69	— 30,4
1903.....	50,12	119,00	— 169,12	— 29,6
1904.....	48,71	114,51	— 163,22	+ 29,8
1905.....	47,68	118,43	+ 166,11	— 28,7
1906.....	44,45	115,73	— 160,18	— 27,8
1907.....	44,99	110,49	— 155,48	+ 28,9
1908.....	44,23	107,01	— 151,24	+ 29,2
1909.....	43,88	112,06	+ 155,94	— 28,1

(a) Manca la classificazione dei morti per causa nel primo anno di vita.

(b) Manca la classificazione dei morti per età e causa.

Segue TAVOLA I.

**Mortalità della prima infanzia attraverso il tempo
nel Regno d'Italia.**

ANNO	Morti sotto un anno, %/oo nati vivi			% morti sotto un anno, sono dovute a cause selettive
	per cause selettive	per cause non selettive	complessivamente	
			1	2
1910.....	40,68	100,52	— 141,20	+ 28,8
1911.....	41,27	113,05	+ 154,32	— 26,7
1912.....	38,33	91,18	— 129,51	+ 29,6
1913.....	36,01	101,71	+ 137,72	— 26,1
1914.....	34,97	95,04	— 130,01	+ 26,9
1915.....	36,02	110,59	+ 146,61	— 24,6
1916.....	33,03	120,11	+ 153,14	— 21,6
1917.....	35,37	106,67	— 142,04	+ 24,9
1918.....	41,92	140,09	+ 182,01	— 23,0
1919.....	37,85	98,06	— 135,91	+ 27,9
1920.....	34,39	108,21	+ 142,60	— 24,1
1921.....	32,62	95,18	— 127,80	+ 25,52
1922.....	32,25	94,40	— 126,65	— 25,46
1923.....	28,78	97,97	+ 126,75	— 22,7
(c) 1924.....	34,02	90,89	124,91	27,2
	34,42	90,75	125,17	27,5
(c) 1925.....	33,33	85,13	— 118,46	+ 28,1
	33,68	85,11	118,79	28,4
(c) 1926.....	33,88	91,53	+ 125,41	— 27,0
	34,37	91,59	125,96	27,3
(c) 1927.....	31,70	88,03	— 119,73	— 26,5
	32,19	87,97	120,16	26,8

(c) Le cifre in corsivo si riferiscono al territorio del Regno negli attuali confini.

La Tavola I mostra alla colonna 3 la mortalità al disotto di un anno, alla colonna 1 la mortalità al disotto di un anno per cause selettive e alla colonna 2 la mortalità al disotto di un anno per cause non selettive, mentre la colonna 4 indica la percentuale che le cause selettive rappresentano sulle cause complessive di morte.

La mortalità è stata ottenuta ragguagliando i morti in un anno di calendario alla media ponderata dei nati nell'anno stesso o nel precedente. Nell'eseguire la media si è attribuito ai nati dell'anno un peso doppio che a quelli dell'anno precedente.

Più perspicuamente ancora che dalla Tavola, la diminuzione della mortalità per cause selettive appare dall'annesso diagramma (I). Attraverso lievi variazioni, essa è diminuita pressoché ininterrottamente dal 1886 al 1923, passando da oltre il 6,1 % nei primi anni a meno del 2,9 % nell'ultimo.

Una punta si verifica nel 1918, in corrispondenza della pandemia influenzale, sia perchè questa abbia affrettato l'eliminazione di individui tarati, che si sarebbe altrimenti verificata in età più tarda, sia perchè, durante tale periodo, si siano non di rado attribuiti ad altre cause di morte che erano solo cause concomitanti, ma non decisive, taluni decessi che in realtà erano dovuti all'influenza.

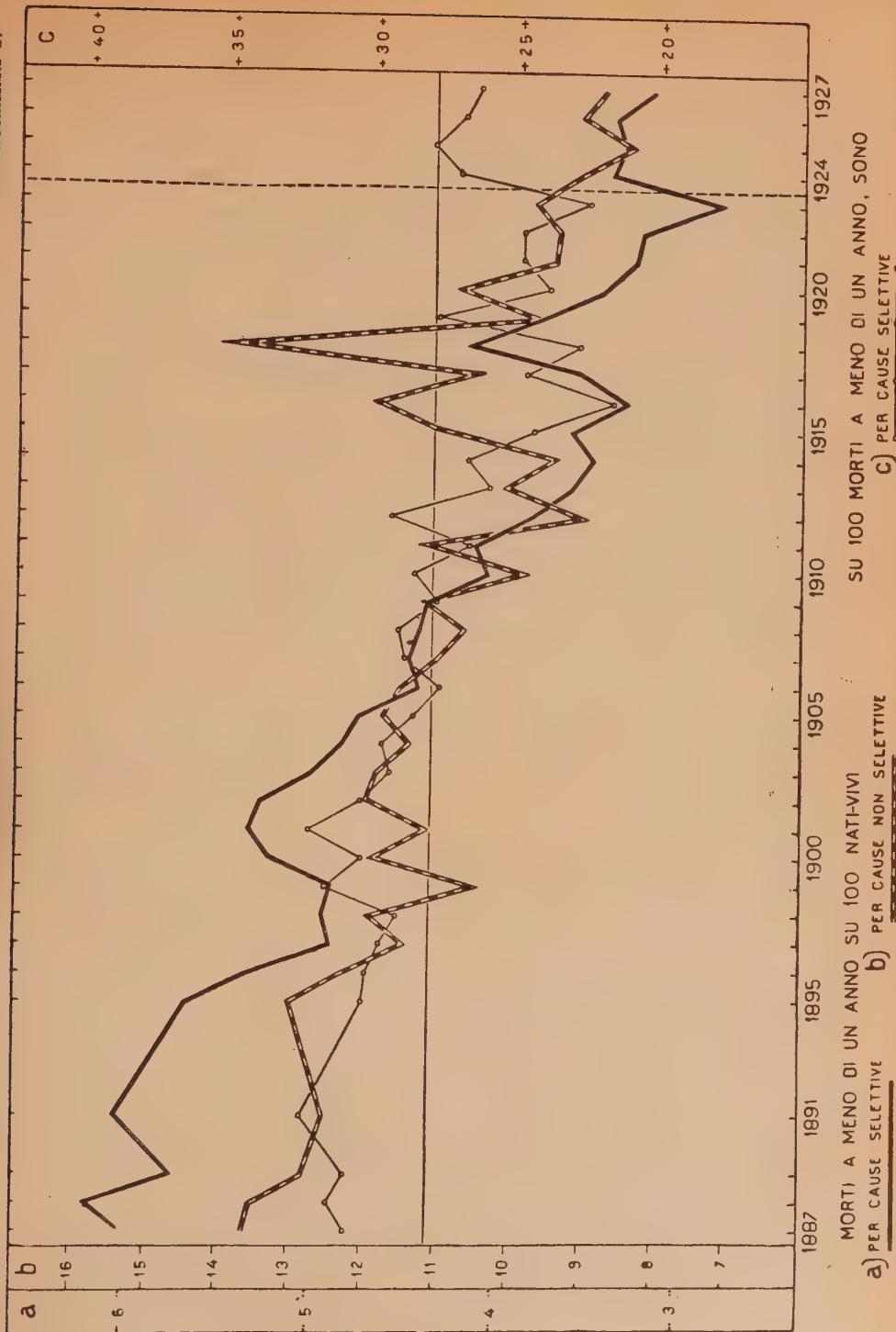
Diminuisce pure, ma in modo molto più irregolare, la mortalità per cause di morte non selettive. Questa dimostra, d'altra parte, una sensibilità molto maggiore alle condizioni di guerra e particolarmente alla pandemia influenzale.

La percentuale dei morti per cause selettive sul totale dei morti al disotto di un anno, diminuisce in modo regolare. Mentre fino al 1902 resta quasi sempre al disopra del 30 %, da quest'anno in poi, ne resta costantemente al disotto e nel 1923 tocca il minimo del 22,7 %.

La nuova classificazione introdotta nel 1924 ha per effetto di far figurare più alta la mortalità per cause selettive e più bassa, quindi, quella per cause non selettive, cosicchè i dati da quest'anno in poi non sono più paragonabili con quelli degli anni precedenti. Pur nella sua brevità, la nuova serie già mostra nettamente una ulteriore tendenza alla diminuzione della percentuale delle morti per cause selettive.

Gli allarmi lanciati dagli eugenisti circa la diminuita intensità della selezione naturale e la conseguente possibilità di un deterioramento della razza, appaiono, dunque, giustificati, per quanto è lecito dedurre da queste ricerche sulla mortalità della prima infanzia.

DIAGRAMMA I.



Ricerche già predisposte potranno mostrare se questo risultato, raggiunto per la mortalità della prima infanzia, può essere esteso anche alla mortalità dei gruppi di età superiori.

Mentre la tendenza generale della mortalità complessiva concorda con quella della percentuale dei morti per cause selettive, in quanto l'una e l'altra si avverano nel senso della diminuzione, per ciò che concerne le oscillazioni annuali si verifica, invece, non concomitanza, ma opposizione. Accanto alle cifre delle coll. 3 e 4, i segni + o — stanno ad indicare le variazioni positive o negative che ciascuna percentuale rappresenta rispetto a quella dell'anno precedente. Ora, confrontando le due serie di segni, si riscontra che solo in 8 casi, su 33, i segni delle due colonne concordano, mentre, in caso di indipendenza, la concordanza di segno si sarebbe dovuta verificare 17 volte. Possiamo dunque dire che, quando in un anno la mortalità della prima infanzia cresce rispetto a quella dell'anno precedente, in generale questo aumento è più forte per le cause di morte non selettive che per le selettive, di modo che la percentuale delle cause selettive diminuisce.

* * *

Per il quadriennio 1924-27, è stato possibile eseguire calcoli analoghi anche per ciascuno dei 18 compartimenti; i risultati sono consegnati nella Tavola II e rappresentati dal relativo diagramma.

Le variazioni nella percentuale dei morti per cause selettive si verificano per lo più, da compartimento a compartimento, in senso opposto a quelle del coefficiente di mortalità della prima infanzia. L'indice di cograduazione fra altezza della mortalità al disotto di un anno (col. 3) e percentuale dei decessi per cause selettive (col. 4) risulta infatti nettamente negativo e piuttosto elevato ($= -0,41$). Si riscontra così, nella relazione tra i due fenomeni, da compartimento a compartimento, un comportamento analogo a quello che abbiamo riscontrato nelle variazioni da anno ad anno.

Anche la relazione tra la percentuale dei decessi per cause selettive (col. 4) e la mortalità generale della popolazione (col. 5) risulta sensibile e negativa: indice di cograduazione $= -0,47$.

Possono questi indici essere interpretati come una conferma della tesi che la minore intensità della selezione naturale è causa di indebolimento organico della popolazione? La conclusione è dubbia.

Se infatti si istituisce la relazione tra la mortalità al disotto di un anno per cause selettive (col. 1) e la mortalità al disotto di un anno per cause non selettive (col. 2), l'indice di cograduazione risulta, non negativo, ma debolmente positivo ($= + 0,12$), vale a dire, i compartimenti in cui la mortalità al disotto di un anno per cause selettive è più elevata, sono anche in generale, per quanto non molto regolarmente, quelli in cui è più elevata, pure al disotto di un anno, la mortalità per cause non selettive.

Questo risultato non contrasta, d'altra parte, necessariamente con la tesi sopra prospettata.

Può darsi, invero, (e può anzi apparire questa la spiegazione più verosimile) che, da una parte, la maggiore intensità della selezione naturale contribuisca ad irrobustire la popolazione, ma, d'altra parte, i fattori ambientali sfavorevoli che elevano la mortalità per cause non selettive, agiscano nel senso di elevare anche la mortalità per cause selettive con influenza che, in definitiva, si manifesterebbe prevalente nel determinare il senso della relazione tra le intensità delle due forme di mortalità da compartimento a compartimento.

TAVOLA II.

Mortalità della prima infanzia nei varî compartimenti.

COMPARTIMENTI	Morti sotto un anno, % nati vivi (quadriennio 1924-927)			% morti sotto un anno, sono dovute a cause selettive	Mortalità generale per 1000 abitanti
	per cause selettive	per cause non selettive	comple- sivamen- te		
	1	2	3	4	5
Piemonte	2,67	7,38	10,05	26,60	14,82
Liguria.....	2,43	6,36	8,79	27,69	13,60
Lombardia	3,48	11,57	15,05	23,11	16,94
Venezia Tridentina ..	3,94	9,70	13,64	28,88	16,63
Veneto	3,65	7,16	10,81	33,71	14,61
Venezia Giulia e Zara	5,50	8,45	13,95	39,43	15,86
Emilia	4,06	6,65	10,71	38,08	14,87
Toscana	2,93	5,62	8,55	34,33	14,20
Marche	3,54	6,92	10,46	33,95	15,66
Umbria	3,45	6,96	10,41	33,14	16,09
Lazio	2,87	7,03	9,90	28,97	16,24
Abruzzi e Molise	3,70	9,68	13,38	27,67	19,13
Campania	2,66	9,84	12,50	21,29	19,08
Puglie.....	3,93	11,62	15,55	25,26	20,18
Basilicata	3,44	11,96	15,40	22,36	21,63
Calabrie	2,63	9,39	12,02	21,92	17,58
Sicilia	3,46	10,32	13,78	25,14	15,45
Sardegna	3,54	8,44	11,98	29,54	18,07
REGNO....	3,37	8,89	12,26	27,48	16,41

Il diagramma (II) qui unito, in cui sono raffigurate le percentuali dei morti al disotto di un anno per cause selettive e quelle per cause non selettive, mette in luce come la percentuale dei morti per cause selettive sia minima nell'Italia Meridionale e Insulare e nell'Italia del Nord-Ovest, mentre è massima nella Venezia Giulia ed Euganea e nelle regioni centrali dell'Emilia, della Toscana, delle Marche e dell'Umbria.

È, d'altra parte, noto che, secondo l'avviso degli antropologi, la popolazione italiana è essenzialmente composta di due razze: la razza mediterranea (doliocefala), prevalente al sud, e la razza aria (brachicefala) prevalente al nord. Le due razze sarebbero più intimamente mescolate nell'Italia Centrale. Queste teorie degli antropologi sono risultate confermate dal calcolo della variabilità dell'indice cefalico, in quanto essa risulta massima precisamente nelle regioni centrali e minore nel settentrione e nel mezzogiorno.

Ora, se si pongono in relazione gli indici di variabilità dell'indice cefalico ottenuti per i singoli compartimenti (1), con le percentuali dei decessi dovuti a cause selettive (è forza però escludere dal confronto la Venezia Tridentina e la Venezia Giulia per le quali non si posseggono i dati degli indici cefalici) si trova una relazione positiva notevole (indice di cograduazione = + 0,31).

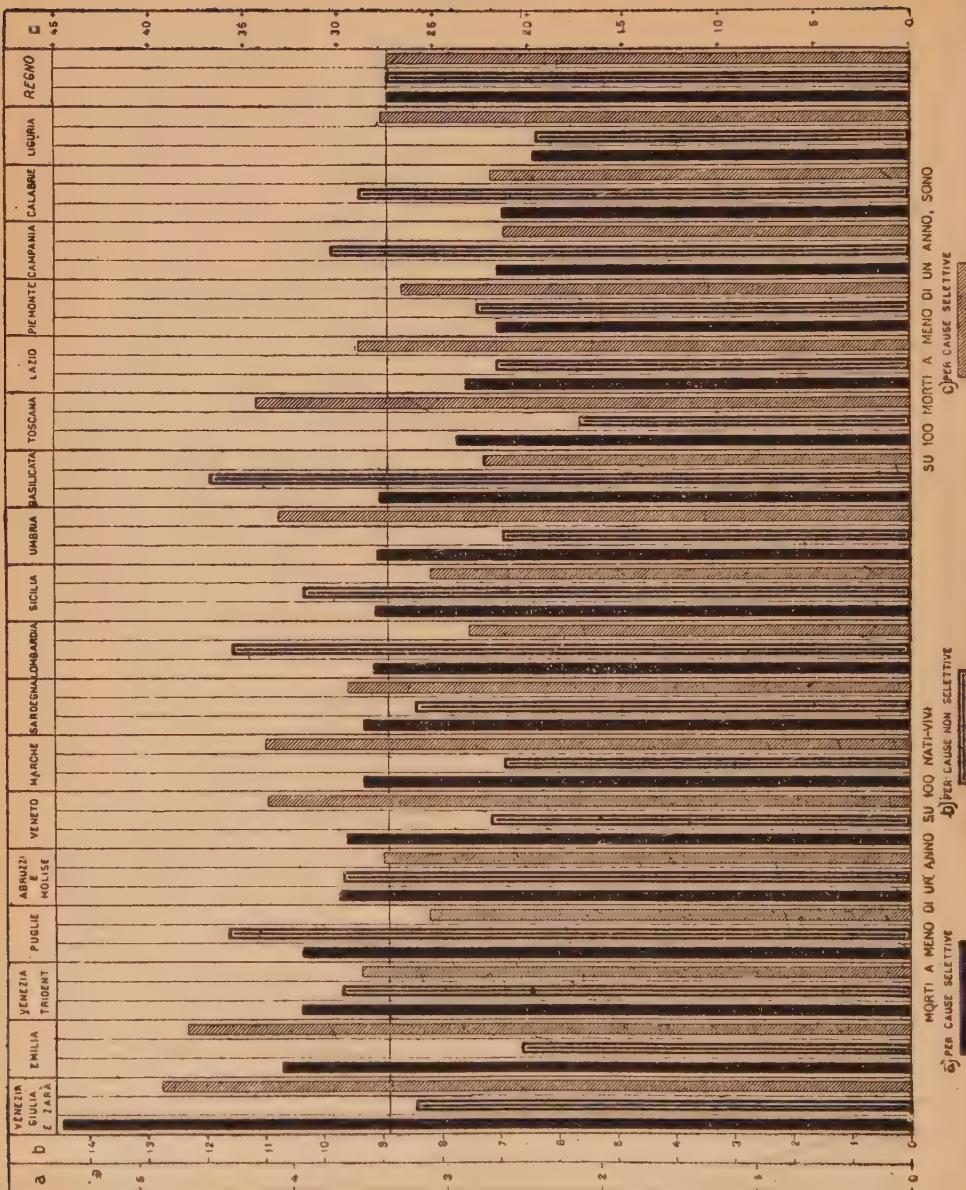
Questi risultati potrebbero essere interpretati come una conferma della tesi che le popolazioni derivanti da incroci tendono a presentare più frequenti disarmonie organiche, le quali darebbero più forte presa alla selezione naturale (2). Anche qui però la conclusione resta incerta, per il fatto che la relazione risulta praticamente nulla (indice di cograduazione = + 0,05) se si istituisce tra l'indice di variabilità dell'indice cefalico e la intensità della mortalità per cause selettive al disotto di un anno.

La suggestione che deriva dai precedenti risultati merita tuttavia di venire ritenuta e, ove se ne presenti l'occasione, controllata da più minute ricerche.

(1) Questi indici sono stati pubblicati nella nostra memoria *Variabilità e Mutabilità*, in «Studi economico-giuridici della Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Cagliari» 1912, pag. 85, che trovasi riprodotta nelle *Memorie di metodologia statistica* in corso di stampa. Biblioteca del «Metron» Roma, pag. 279.

(2) Cfr. per la teoria e i fatti in argomento, C. GINI, *Nascita, evoluzione e morte delle Nazioni*, (Roma, 1930, Istituto Nazionale Fascista di Cultura) pagg. 73-88 e le note corrispondenti.

DIAGRAMMA II.



* * *

Senza permettere forse conclusioni definitive, può tuttavia gettare qualche luce sul problema della selettività delle cause di morte, il confronto tra le probabilità di morte per singoli anni di età delle successive generazioni di nati. In Italia è possibile calcolare le probabilità di morte per gruppi annuali di età per i nati vivi in ciascun anno di calendario dal 1872 in poi fino a 5 anni di vita, ma per alcune generazioni è possibile arrivare anche fino al 15º anno.

Nell'Appendice II, il Prof. L. GALVANI spiega il procedimento con cui le probabilità di morte sono state calcolate. Queste sono esposte nelle Tavole III e IV, rispettivamente per i maschi e per le femmine. È da avvertire che nei calcoli non si è tenuto conto dei movimenti migratori, circostanza, però, che, per i gruppi di età considerati, non si ritiene possa esercitare una notevole influenza perturbatrice sui risultati. A fianco di ogni probabilità di morte è posto un segno + o —, a seconda che essa risulta più o meno elevata della probabilità di morte per lo stesso gruppo di età della generazione precedente. Che siffatte variazioni non sieno accidentali è reso plausibile dal confronto tra le variazioni presentate dal sesso maschile e quelle presentate per gli stessi anni dal sesso femminile. Sopra 351 variazioni considerate, 325 infatti presentano segni uguali per i due sessi e solo 26 segni contrari. Se noi escludiamo le probabilità di morte corrispondenti agli anni di guerra (che nelle Tavole sono circondate da una linea grossa), e quelle (che nelle Tavole sono circondate da una linea sottile) le quali o sono influenzate indirettamente dalla guerra esse stesse o devono confrontarsi con probabilità dalla guerra influenzate, le variazioni da prendere in considerazione si riducono a 232, di cui 213 coincidono, quanto al segno, per i due sessi e 19 sono di segno contrario.

Si pone ora il problema se, quando i nati di una generazione mostrano, per un anno o per più anni consecutivi della loro vita, una mortalità più elevata di quella della generazione precedente, vi sia maggiore probabilità che, per gli anni di vita successivi, la mortalità risulti ancora più elevata o invece vi sia probabilità che essa risulti più bassa. In altre parole, vi è solidarietà, o invece compensazione, nelle differenze di mortalità che i nati di una generazione presentano negli anni di vita successivi rispetto a quelli della generazione immediatamente precedente?

È chiaro che, se i nati dalle generazioni successive presentassero una diversa resistenza vitale, vi dovrebbe essere solidarietà, vale a dire, quando i nati di una generazione mostrano per uno o più anni di vita una mortalità superiore a quella della generazione precedente, dovremmo attenderci che tale superiorità si mantenesse anche per gli anni di vita successivi. Invece, se i nati delle successive generazioni avessero la stessa resistenza vitale e le differenze tra la mortalità presentata da una generazione rispetto alla precedente dipendessero da fattori esterni, l'aspettativa potrebbe essere diversa. Converrebbe, infatti, distinguere, in tal caso, l'ipotesi in cui le influenze esterne fossero accidentali, oppure, essendo sistematiche, non si estendessero al di là di un anno di calendario, dall'ipotesi in cui l'influenza dei fattori esterni si esercitasse sopra periodi più lunghi di un anno di calendario.

Nel primo caso, l'essersi riscontrata una forte probabilità di morte in un anno dovrebbe provocare una probabilità di morte relativamente bassa nel successivo, in quanto l'eccesso di mortalità avesse un carattere anche parzialmente selettivo. Nel secondo caso, invece, l'essersi verificata una mortalità elevata in un anno di calendario, dovrebbe far attendere che questa si ripetesse nell'anno successivo, e altrettanto dovrebbe naturalmente avvenire se la mortalità fosse stata bassa.

Le condizioni ambientali essendo normalmente connesse con le stagioni, è da attendersi che normalmente non estendano la loro influenza al di là di un anno. Può naturalmente avvenire che circostanze eccezionali intervengano, la cui influenza si estenda su un periodo più lungo. Tale è stato precisamente il periodo di guerra. La guerra, determinando per le popolazioni civili condizioni di vita via via più sfavorevoli, ha fatto sì che le probabilità di morte di ciascuna generazione vissuta durante la guerra tendessero ad essere, per ogni gruppo di età, più elevate di quelle della generazione precedente, fin tanto che la guerra è cessata. Viceversa, cessata questa, la più forte selezione operatasi nelle generazioni maggiormente provate, doveva avere per conseguenza che le loro probabilità di morte tendessero a restare inferiori a quelle presentate per gli stessi gruppi dalle generazioni precedenti.

Il comportamento delle probabilità di morte relative al periodo della guerra e al periodo post-bellico, rispettivamente circondate da linea grossa e sottile, confermano queste aspettative. Effettivamente,

PROBABILITÀ DI MORT

1885	1886	1887	1888	1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898
+ 204,32	+ 207,13	- 206,81	- 203,40	- 197,78	+ 201,37	- 195,53	- 192,68	- 190,70	+ 195,88	- 194,76	- 181,96	- 174,75	- 173,6
+ 103,66	- 100,30	- 96,71	- 92,54	+ 94,94	+ 95,01	- 88,91	- 86,74	- 86,29	+ 87,74	- 81,98	- 77,10	- 76,61	- 75,5
- 50,11	- 46,37	- 44,68	+ 45,55	- 45,00	- 42,82	- 41,23	+ 41,34	+ 41,57	- 37,56	- 35,70	- 35,19	+ 35,44	- 34,4
- 27,60	- 26,03	+ 27,21	+ 27,25	- 26,41	- 25,56	- 24,24	- 23,23	- 21,10	- 19,82	+ 19,88	+ 20,01	- 19,08	- 18,5
- 17,94	+ 18,17	+ 18,72	- 18,59	- 17,90	- 16,90	- 15,99	- 14,53	- 13,78	- 13,75	- 13,52	- 12,66	- 12,20	+ 12,4

1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925	1926	ANNI DI NASCITA												
144, 43	+	160, 01	—	158, 65	+	168, 09	+	179, 18	—	145, 43	—	144, 94	—	135, 77	—	134, 63	—	133, 36	—	130, 18	—	127, 39	+	130, 39	q_0
68, 16	+	68, 62	+	80, 87	+	88, 95	—	59, 84	—	57, 48	—	52, 69	—	47, 27	+	47, 72	—	46, 54	+	51, 29	—	49, 58	q_1		
28, 88	+	42, 43	+	43, 19	—	28, 51	—	25, 64	—	23, 15	—	20, 85	—	17, 38	+	18, 44	+	20, 50	—	18, 97	q_2				
26, 36	+	26, 77	—	16, 10	—	14, 06	—	12, 31	—	12, 14	—	10, 97	—	10, 31	+	10, 72	—	10, 12	q_3						
19, 63	—	11, 77	—	9, 75	—	8, 26	—	7, 80	—	7, 67	—	7, 44	—	7, 13	—	6, 70	q_4								
8, 37	—	6, 91	—	5, 53	—	5, 14	—	5, 09	+	5, 61	—	5, 41	—	4, 68	q_5										
5, 59	—	4, 58	—	3, 99	—	3, 93	+	4, 28	+	4, 55	—	4, 13	q_6												
3, 73	—	3, 22	—	3, 08	+	3, 24	—	3, 20	+	3, 22	q_7														
2, 86	—	2, 68	—	2, 66	=	2, 66	—	2, 61	q_8																
2, 52	—	2, 35	—	2, 23	+	2, 25	q_9																		
2, 46	—	2, 30	—	2, 11	q_{10}																				
2, 19	—	2, 04	q_{11}																						
2, 09	q_{12}																								
													q_{13}												
													q_{14}												

1885	1886	1887	1888	1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898
185,03	+ 187,86	+ 188,05	- 183,93	- 179,42	+ 181,80	- 176,32	- 173,87	- 172,20	+ 174,64	- 173,27	- 164,37	- 157,49	- 156,19
104,65	- 101,28	- 97,36	- 94,12	+ 96,27	- 96,00	- 90,58	- 88,09	+ 88,43	+ 89,40	- 82,23	- 77,98	+ 78,08	- 77,12
51,17	- 47,63	- 46,43	+ 47,31	- 46,72	- 44,56	- 42,46	- 42,43	+ 42,99	- 38,99	- 36,85	- 36,08	+ 36,75	- 35,98
28,61	- 27,30	+ 28,38	- 27,94	- 27,14	- 26,33	- 25,05	- 24,13	- 21,97	- 20,53	- 20,31	+ 20,47	- 19,61	- 19,23
19,23	+ 19,81	+ 19,97	- 19,85	- 19,32	- 18,01	- 17,00	- 15,36	- 14,43	+ 14,54	+ 14,71	- 13,69	- 13,20	+ 13,44

TE (femmine) PRIMI 15 ANNI DI VITA.

1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925	1926	ANNI DI NASCITA
+ 130,39	+ 145,36	- 153,95	+ 155,00	+ 165,54	- 133,10	- 131,84	- 121,48	- 120,87	- 120,16	- 116,05	- 114,44	+ 116,46	q_0
+ 68,28	+ 68,45	+ 81,16	+ 88,71	- 59,25	- 56,50	- 50,51	- 45,67	+ 47,91	- 47,07	+ 50,07	- 48,87		q_1
- 29,60	+ 44,28	+ 44,93	- 28,41	- 24,88	- 22,01	- 20,12	- 17,41	+ 18,30	+ 20,02	- 18,76			q_2
+ 28,26	+ 29,25	- 16,58	- 14,30	- 12,27	- 11,91	- 11,02	- 10,35	+ 10,71	- 10,02				q_3
+ 22,34	- 12,47	- 9,89	- 8,11	- 7,86	+ 8,04	- 7,81	- 7,26	- 6,74					q_4
- 8,93	- 7,26	- 5,69	- 5,51	- 5,47	+ 5,77	- 5,54	- 4,71						q_5
- 5,84	- 4,69	- 4,12	- 3,90	+ 4,04	+ 4,39	- 4,10							q_6
- 3,85	- 3,25	- 3,12	+ 3,35	+ 3,37	- 3,26								q_7
- 2,85	- 2,60	- 2,53	+ 2,67	- 2,56									q_8
- 2,60	- 2,36	- 2,19	- 2,08										q_9
- 2,33	- 2,29	- 2,14											q_{10}
= 2,23	- 2,04												q_{11}
- 2,21													q_{12}
													q_{13}
													q_{14}

i segni sono sempre, o quasi sempre, positivi nel primo periodo e sempre o quasi sempre, negativi nel secondo.

Fatta astrazione di questi periodi, quali sono i risultati? Essi sono riassunti nella Tavola V.

TAVOLA V.

NUMERO delle variazioni precedenti verificatesi in un dato senso	MASCHI			FEMMINE			TOTALE		
	Casi osservati	% delle varia- zioni in senso uguale a quello delle precedenti		Casi osservati	% delle varia- zioni in senso uguale a quello delle precedenti		Casi osservati	% delle varia- zioni in senso uguale a quello delle precedenti	
		nel fatto	in teoria		nel fatto	in teoria		nel fatto	in teoria
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	183	62,84	57,92	185	60,54	57,84	368	61,68	57,88
2	86	62,79	65,12	87	59,77	64,37	173	61,27	64,74
3	37	72,97	70,27	39	71,79	74,36	76	72,37	72,37
4	19	73,68	73,68	21	66,67	66,67	40	70,00	70,00
5	7	71,43	71,43	8	62,50	62,50	15	66,67	66,67
6	1	100,00	100,00	2	50,00	50,00	3	66,67	66,67
COMPLESSI- VAMENTE	333	64,86	62,46	342	61,99	61,99	675	63,41	62,22

Essa ci dice (col. 2, 5 ed 8) che, quando la probabilità di morte di una generazione presenta, in un dato gruppo di età, una variazione positiva o negativa, rispetto alle generazioni precedenti, vi è una probabilità del 62 % che l'anno successivo la variazione si presenti nello stesso senso e del 38 % che si presenti in senso contrario. Quando per due anni successivi la probabilità di morte per una generazione ha presentato, rispetto alla precedente, una variazione in un certo senso, vi è ancora il 61 % di probabilità che nel terzo anno la variazione avvenga nello stesso senso e il 39 % che avvenga in senso contrario. Dopo tre variazioni omogenee la probabilità di una variazione nello stesso senso è del 72 %; dopo quattro del 70 %, dopo cinque o sei del 67 %. Ciò potrebbe venire interpretato nel senso che vi sia una solidarietà tra le probabilità di morte di una certa generazione negli anni successivi, solidarietà che farebbe pensare,



i segni sono sempre, o quasi sempre, positivi nel primo periodo e sempre o quasi sempre, negativi nel secondo.

Fatta astrazione di questi periodi, quali sono i risultati? Essi sono riassunti nella Tavola V.

TAVOLA V.

NUMERO delle variazioni precedenti verificatesi in un dato senso	MASCHI			FEMMINE			TOTALE		
	Casi osservati	% delle varia- zioni in senso uguale a quello delle precedenti		Casi osservati	% delle varia- zioni in senso uguale a quello delle precedenti		Casi osservati	% delle varia- zioni in senso uguale a quello delle precedenti	
		nel fatto	in teoria		nel fatto	in teoria		nel fatto	in teoria
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	183	62, 84	57, 92	185	60, 54	57, 84	368	61, 68	57, 88
2	86	62, 79	65, 12	87	59, 77	64, 37	173	61, 27	64, 74
3	37	72, 97	70, 27	39	71, 79	74, 36	76	72, 37	72, 37
4	19	73, 68	73, 68	21	66, 67	66, 67	40	70, 00	70, 00
5	7	71, 43	71, 43	8	62, 50	62, 50	15	66, 67	66, 67
6	1	100, 00	100, 00	2	50, 00	50, 00	3	66, 67	66, 67
COMPLESSIVAMENTE	333	64, 86	62, 46	342	61, 99	61, 99	675	63, 41	62, 22

Essa ci dice (col. 2, 5 ed 8) che, quando la probabilità di morte di una generazione presenta, in un dato gruppo di età, una variazione positiva o negativa, rispetto alle generazioni precedenti, vi è una probabilità del 62 % che l'anno successivo la variazione si presenti nello stesso senso e del 38 % che si presenti in senso contrario. Quando per due anni successivi la probabilità di morte per una generazione ha presentato, rispetto alla precedente, una variazione in un certo senso, vi è ancora il 61 % di probabilità che nel terzo anno la variazione avvenga nello stesso senso e il 39 % che avvenga in senso contrario. Dopo tre variazioni omogenee la probabilità di una variazione nello stesso senso è del 72 %; dopo quattro del 70 %, dopo cinque o sei del 67 %. Ciò potrebbe venire interpretato nel senso che vi sia una solidarietà tra le probabilità di morte di una certa generazione negli anni successivi, solidarietà che farebbe pensare,

secondo quanto abbiamo detto, ad una differenza di resistenza vitale nei nati delle generazioni successive.

Ma la conclusione sarebbe affrettata. La probabilità di avere una variazione dello stesso segno della precedente sarebbe, infatti, nell'ipotesi di indipendenza, esattamente del 50 %, solo qualora vi fosse lo stesso numero di segni positivi o negativi. Invece, non essendovi equilibrio tra la frequenza dei segni positivi e negativi, la probabilità di avere una variazione nello stesso senso della precedente è, nell'ipotesi di indipendenza, superiore a $\frac{1}{2}$.

Nella Tavola V noi abbiamo appunto indicato, nelle colonne 3, 6 e 9, le percentuali che sarebbero state da attendersi nell'ipotesi che non vi fosse stata né solidarietà né compensazione tra le variazioni successive.

Come si vede, dopo che 3, 4, 5 o 6 variazioni sono avvenute in un dato senso, la probabilità che la variazione successiva si compia pure nello stesso senso è nel fatto identica, per l'insieme dei due sessi, a quella che si verificherebbe nell'ipotesi di indipendenza. Solo dopo tre variazioni in un dato senso la probabilità di un'altra variazione nello stesso senso risulta lievemente maggiore nei maschi e lievemente inferiore nelle femmine. Dopo due variazioni in un dato senso, invece, la probabilità che la terza variazione avvenga nello stesso senso è nel fatto notevolmente inferiore, sia per i maschi sia per le femmine, che nell'ipotesi di indipendenza. Al contrario, vi è per entrambi i sessi, una probabilità notevolmente superiore, nel fatto, che in teoria, di ottenere una variazione dello stesso segno di quella verificatasi nell'anno precedente. Nel complesso le percentuali effettive delle variazioni verificatesi nello stesso senso delle precedenti superano le teoriche per i maschi e restano invece uguali per le femmine.

Resta incerto, da questi risultati, se, nel succedersi delle variazioni positive o negative, vi siano divergenze sistematiche rispetto a quanto sarebbe da attendersi nell'ipotesi di indipendenza. Se le divergenze osservate non fossero accidentali, esse suggerirebbero la conclusione che vi è una certa solidarietà nelle differenze positive o negative della probabilità di morte di una generazione rispetto alla precedente in due anni successivi, ma che vi è invece una certa compensazione nel terzo anno se, in entrambi i due anni precedenti, si è verificata, per una generazione, una probabilità di morte superiore o invece inferiore a quella della generazione precedente.

APPENDICE I.

CRITERI CHE SONO SERVITI DI GUIDA NEL GIUDICARE COME SELETTIVE ALCUNE CAUSE DI MORTE NEI BAMBINI DELLA ETÀ DA 0 AD UN ANNO.

Con la guida dell'Elenco nosologico delle cause di morte adottato dal 1924, abbiamo distinte seguendo i criteri che più sotto esponiamo le diverse cause di morte in selettive e non selettive, riguardando come selettive quelle che eliminano individui congenitamente o acquisitamente deboli o tarati e che perciò possono considerarsi avere una minore resistenza organica; come non selettive le altre.

Fra le prime sono pertanto da considerarsi: le malformazioni congenite (ernie cerebrali, spine bifide complicate, alcune mostruosità, alcuni vizi congeniti di cuore, il labbro leporino complicato con malformazioni della volta palatina e dell'arcata alveolare, il grave idrocefalo congenito) che, o costituiscono lesioni incompatibili per la vita, o consentono solo una durata di vita molto limitata. Fra le cause di morte per discrasie congenite bisogna considerare selettiva l'emofilia per i pericoli a cui sono costantemente esposti i portatori di tale malattia che come è noto, nella maggior parte dei casi soccombono nei primi anni di vita, o prima della pubertà.

Come cause di morte per malattie, acquisite nella vita extrauterina, che noi consideriamo selettive, annoveriamo quindi, in ordine di importanza, in primo luogo l'infezione tubercolare nelle sue varie localizzazioni.

La tubercolosi polmonare ha, infatti, dal punto di vista sociale, una grande importanza selettiva. Nelle sue molteplici forme anatomo-patologiche e cliniche, dalle forme prettamente sclerotiche alle forme ulcero-cavernose, essa colpisce in prevalenza individui di gracile costituzione e di scarsa resistenza.

Anche le altre localizzazioni del bacillo di Koch nei più svariati organi, inclusa la meningite tubercolare, possono considerarsi alla stessa stregua.

L'epilessia è una malattia a lesioni anatomiche non ancora ben note, che ha importanza dal punto di vista selettivo, perché gli individui che ne sono affetti possono ritenersi originariamente tarati.

Importanza selettiva avrebbe anche la rachitide. È necessario, però, osservare che, nella casistica clinica bene studiata e documentata, non sono registrati casi di morte al disotto di un anno di età per rachitide pura. La mortalità dei bambini rachitici è dovuta generalmente a complicazioni, dalla rachitide stessa favorite, specialmente a carico dell'apparecchio respiratorio (broncopolmoniti, polmoniti).

Analogamente avrebbe importanza selettiva l'osteomalacia. Anche qui, però, è d'uopo considerare che, dalla maggior parte degli autori, non è ammessa l'esistenza dell'osteomalacia in soggetti al disotto di un anno di età; quei casi clinici ascritti a tale malattia sono considerati da questi autori come errori di diagnosi, trattandosi di manifestazioni cliniche dovute a lues ed a rachitismo.

Importanza selettiva hanno l'endocardite ed i vizi valvolari di cuore, perchè — secondo quanto generalmente si ammette — gli individui che sono colpiti da tali malattie o dalle forme reumatiche che nella massima parte dei casi le determinano, presentano una debolezza costituzionale dell'apparato circolatorio o una minore resistenza (dovuta prevalentemente a fattori ereditari) a determinati agenti esterni.

Altrettanto può dirsi per l'apoplessia cerebrale, che può insorgere nella infanzia sotto l'influenza di malattie infettive (quali la roseola, la scarlattina, la pertosse) o discrasiche.

Ai tumori maligni, può del pari attribuirsi una portata selettiva, in quanto, allo stato attuale delle conoscenze, si può ritener che si sviluppino in individui costituzionalmente tarati per anomalie congenite, o deboli per iperplasie costituzionali di alcuni organi (facili pertanto a reagire a stimoli esogeni con fenomeni proliferativi) o per squilibrio costituzionale del sistema endocrino, debolezza spesso dovuta a fattori ereditari.

L'infezione luetica acquista importanza selettiva specialmente quando, misconosciuta o mal curata, dà luogo a tutte le molteplici e gravi lesioni irreparabili nei più svariati organi, dagli organi di senso specifico al sistema nervoso centrale.

Una importanza selettiva ha anche la pleurite, tanto nella forma secca che nella forma essudativa. La forma secca infatti spesso preludia lo scoppio di una tubercolosi polmonare, e la forma umida, eccetto le rare pleuriti reumatiche e discrasiche, è quasi sempre di origine tubercolare e, non è raro, dopo l'apparente guarigione di qualche anno, il risvegliarsi di una grave forma di tubercolosi polmonare.

Le cause di morte che noi riteniamo di importanza non selettiva sono in generale, tutte le malattie acute da infezioni o parassitarie, in quanto che si possono considerare come episodi morbosi che invadono più o meno subitaneamente l'organismo, il quale, o validamente si difende, avviandosi verso la completa guarigione, oppure soggiace agli attacchi del morbo; tutte quelle affezioni che possono rappresentare l'esito di malattie pregresse (nefriti croniche, deformazioni, alterazioni funzionali, psichiche, ecc.) od alterazioni anatomo-patologiche di organi e sistemi derivanti da fattori etiologici vari (ambientali, sociali, ecc.) e per le quali non è da presumere che colpiscono organismi particolarmente predisposti e deboli.

Di alcune malattie, contemplate come cause di morte nell'Elenco nosologico adottato dal 1924, e da noi considerate come aventi importanza selettiva, non si è tenuto conto nel raggruppamento dei dati. Così noi abbiamo considerato la rachitide e l'osteomalacia come cause di morte ad importanza selettiva, facendo notare che non sono registrati casi di morte in bambini nel primo anno di vita, ed è perciò che, dei casi di morte ad essa ascritti e che figurano solamente negli anni 1887, 1888, 1889, 1891, in bambini sotto un anno, non teniamo conto.

Non abbiamo potuto tener conto dei decessi per emofilia, perchè questi casi di morte sono computati insieme con quelli di scorbuto e di porpora emorragica. Si fa, ad ogni modo, notare che tali voci figurano solo negli anni dal 1887 al 1891.

Quanto sopra può essere riassunto nel prospetto seguente:

Cause di morte	selettive	per <i>malattie congenite</i> (ernie cerebrali, spine bifide complicate, mostruosità, vizi congeniti di cuore, labbro leporino complicato, grave idrocefalo congenito, emofilia);	
		per <i>malattie acquisite</i> (infezione tubercolare nelle sue varie localizzazioni, infezione luetica congenita, pleurite, endocardite e vizi valvolari di cuore, nefrite cronica, apoplessia cerebrale, tumori maligni);	
non selettive		per <i>circostanze speciali</i> (nascita prematura).	
		(in generale tutte le malattie acute da infezioni che non danno luogo a serie e durature complicazioni, come per es. la difterite, la febbre tifoidea, la polmonite, ecc. le restanti malattie dei vari organi e sistemi).	

Dopo aver premesso ciò riportiamo nel seguente elenco le cause di morte prese in considerazione per il

Gruppo A (cause di morte selettive).

I. Malattie fetal e vizi congeniti (che comprende idrocefalo congenito; ernie cerebrali; spina bifida; mostruosità e altri vizi congeniti di formazione; atresia delle narici, dell'esofago, dell'ano, ecc. labbro leporino complicato).

II. Debolezza congenita, immaturità e malattie speciali dei neonati (che comprende atrofia e debolezza congenita, ittero e sclerema dei neonati, inanizione dei neonati, nascita prematura, conseguenze del parto).

III. Tubercolosi disseminata e dell'apparecchio respiratorio.

IV. Tubercolosi delle meninge e del sistema nervoso centrale; tubercolosi articolare, delle ossa, della colonna vertebrale, dell'intestino, del peritoneo, dell'apparecchio genito-urinario, di altri organi non specificati.

V. Malattie del cuore e del pericardio, notando che le malattie del pericardio nelle classificazioni dei morti per età non sono tenute distinte dalle malattie del cuore.

VI. Apoplessia, congestione, embolia, trombosi e rammolimento cerebrale.

VII. Tumori maligni.

VIII. Sifilide.

IX. Malattie della pleura.

Gruppo B (cause non selettive).

In questo gruppo sono state riunite tutte le restanti voci dell'Elenco nosologico adottato dal 1924, nelle statistiche delle cause di morte (1).

L. DE BERARDINIS.

(1) ISTITUTO CENTRALE DI STATISTICA DEL REGNO D'ITALIA, *Statistica delle Cause di morte per l'anno 1924* — Istituto Poligrafico dello Stato — Roma, 1927.

APPENDICE II.

PROCEDIMENTO SEGUITO NEL CALCOLARE LE PROBABILITÀ DI MORTE DA 0 A 14 ANNI.

Per stabilire quale sia stato l'andamento della mortalità di una data generazione in ciascuno degli anni di età successivi alla nascita, è necessario conoscere il numero dei nati costituenti la generazione presa in esame e calcolare i superstiti alla fine di ciascun anno di età. Poichè nelle statistiche sul movimento della popolazione italiana sono indicati, per ciascun anno di calendario, i nati vivi e, a partire dal 1872, pure per ciascun anno di calendario sono indicati, distinti per singoli anni di età, i morti nei primi 5 anni di vita, con adatti calcoli è stato possibile determinare (congetturalmente ma con buona presunzione di attendibilità), per le generazioni dei nati in ciascun anno dal 1872 in poi, i superstiti a ciascuna età, fino a 5 anni, cioè il numero degli individui che, tra i nati di un dato anno, (superstiti alla età 0) hanno sorpassato le età di 1, 2, ..., 5 anni.

Il metodo adottato per tali calcoli è descritto nel vol. XVII degli «Annali di Statistica» dell'Istituto Centrale di Statistica (1); ed ha servito a determinare i quozienti di mortalità alle età di 0, 1, 2, 3, 4 anni.

Le statistiche sul movimento della popolazione, fino a tutto il 1905, si sono limitate a dare la distinzione dei morti, in ciascun anno di calendario, e per singoli anni di età, soltanto fino al quarto anno; non sarebbe stato possibile quindi, proseguire il calcolo dei sopravviventi oltre il quinto anno di età, con il metodo sovraccennato, dal 1872 al 1906. Invece dal 1906 in poi, ciò è possibile, perchè le statistiche sul movimento della popolazione danno i morti nei singoli anni di età fino a 14 anni. Per esaminare quale sia l'andamento della mortalità nelle varie generazioni, al di là del quinto anno di vita, si sono continuati i calcoli fino al quattordicesimo anno, con il metodo che viene ora descritto e che non si differenzia affatto da quello descritto nel volume sopraricordato e ivi adottato per calcolare

(1) Cfr. L. GALVANI, *Calcolo delle probabilità di morte in generale e applicazione alla misura della mortalità infantile nella popolazione italiana dal 1873 in poi*, in *Annali di Statistica - Serie VI*, Vol. XVII, 1931-IX. Roma, Istituto Poligrafico dello Stato 1931, Anno IX.

i quozienti dal terzo al quinto anno di età (q_2 , q_3 , q_4). Partendo quindi dal numero dei superstiti a 5 anni determinato in detto volume per l'anno 1906 e seguenti (superstiti provenienti dai nati nel 1901 e seguenti) e non tenendo conto dei movimenti migratori, si sono, congetturalmente, determinati i superstiti di ciascuna generazione a 6 anni, a 7, ecc. fino a 15 anni.

Per calcolare esattamente in ciascuna generazione i superstiti alle diverse età, sarebbe necessario possedere la classificazione dei morti per anno di nascita; ma le nostre statistiche non forniscono tale elemento. In base ai dati disponibili (numero dei morti a ciascuna età in ciascun anno di calendario) e con qualche plausibile ipotesi, bisogna, dunque, calcolare quanti siano, approssimativamente, i morti in ciascuna età provenienti da ciascuna generazione di nati.

Il problema si riduce a scindere in due sottoclassi, secondo l'anno di nascita, ciascuna delle classi annuali di morti registrate nelle nostre statistiche. Per fissare le idee con un esempio, se si vuole stabilire quanti dei maschi nati nel 1901, che raggiunsero nel 1906, in numero di 389.656, l'età di 5 anni, morirono prima di raggiungere l'età di 6 anni, poichè tali decessi si verificarono tanto nel 1906 che nel 1907, occorre dividere secondo l'anno di nascita, la classe dei morti di età 5 che il movimento della popolazione registra in ciascuno di questi due anni (2995 nel 1906 e 3012 nel 1907) e successivamente riunire quelle due sottoclassi (fra le quattro ottenute) che provengono dai nati nel 1901.

In generale, si tratta di stabilire quale parte della classe M_t , dei morti di età t osservati nell'anno x proviene dagli S_x individui che superarono l'età t nell'anno stesso x (nati nell'anno $x-t$) e quale parte proviene dagli S_{x-1} individui che superarono l'età t nell'anno $x-1$ (nati nell'anno $x-t-1$).

Orbene, da due anni di età in poi tale scissione può essere eseguita in parti proporzionali ad S_x e S_{x-1} (1).

Perciò, ritornando al nostro esempio, si hanno i seguenti dati:

	A N N I		
	1905	1906	1907
Maschi morti di età 5		2.995	3.012
Maschi superstiti alla età 5	390.917	389.656	402.089

(1) Vedi, in proposito, il citato volume.

dai quali bisogna dedurre quelli indicati nel seguente prospetto:

Maschi di età 5 che morirono nel	1906	$m_2)$ che avevano superato l'età 5 nel 1905 (nati nel 1900). $m_1)$ che avevano superato l'età 5 nel 1905 (nati nel 1901).
	1907	$m'_2)$ che avevano superato l'età 5 nel 1906 (nati nel 1901). $m'_1)$ che avevano superato l'età 5 nel 1907 (nati nel 1902).

In base ai dati surriportati ed alle citate ipotesi, si ha:

$$m_1 + m_2 = 2.995; \frac{m_1}{m_2} = \frac{389656}{390917} \text{ e quindi } m_1 = 1.495.$$

$$m'_1 + m'_2 = 3.012; \frac{m'_1}{m'_2} = \frac{402089}{389656} \text{ e quindi } m'_2 = 1.482.$$

Dunque, dei 544.007 nati maschi nel 1901, dei quali solamente 389.656 raggiunsero l'età di 5 anni costituendo il numero dei superstiti d'età 5 del 1906, $1.495 + 1.482 = 2.977$ morirono in età di 5 anni; sottraendo tale numero da 389.656 si ha il numero 386.679 di quei nati che raggiunsero (nel 1907) l'età 6, cioè il numero dei superstiti all'età 6 del 1907. Dividendo infine 2.977 per 389.656 si ha il q_5 relativo ai nati del 1901.

E similmente si procede per gli altri anni e per le età successive.

L. GALVANI.

